

***CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU TRAVAIL DE LA MÉMOIRE
DANS LES PROCESSUS D'ENSEIGNEMENT ET
D'ÉDUCATION***

Yves Matheron

**NOTE DE SYNTHÈSE POUR L'HABILITATION À DIRIGER
DES RECHERCHES EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION**

**Présentée et soutenue à l'Université de Provence le 9 novembre 2010
devant un jury composé de :**

**Yves Chevallard, Université de Provence
Michel Fabre, Université de Nantes
Sylvette Maury, Université de Paris V
Alain Mercier, INRP
Bernard Sarrazy, Université de Bordeaux II
Gérard Sensevy, Université de Bretagne Ouest**

Remember that all models are wrong ; the practical question is how wrong do they have to be
to not be useful

George E. P. Box & Norman R. Draper

TABLE DES MATIÈRES

<u>INTRODUCTION : BREF RETOUR SUR DES QUESTIONS INITIALES EMERGEANT D'UN CURSUS PERSONNEL</u>	6
I. ETUDIER LES PHENOMENES MEMORIELS CONSTITUTIFS ET NECESSAIRES A L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES	6
II. ETUDIER LES CONDITIONS ET CONTRAINTES QUI PRESIDENT A L'EXISTENCE DES PROCESSUS DIDACTIQUES DANS LE SYSTEME EDUCATIF	7
III. QUELQUES CERTITUDES ISSUES D'UN PARCOURS PERSONNEL : UNE SPECIFICITE DISCIPLINAIRE ET UNE FORMATION LACUNAIRE CARACTERISTIQUE D'UNE SEMI-PROFESSION	9
1. DU SPECIFIQUE DISCIPLINAIRE AU GENERIQUE PROFESSORAL	10
2. UNE SEMI-PROFESSION	12
3. UNE IMPRESSION DIFFUSE : PHENOMENES D'OUBLIS ET DE SOUVENIRS VARIENT SELON LA TACHE INSTITUTIONNELLEMENT DEMANDEE	14
4. DES PHENOMENES D'OUBLI DU COTE DU PROFESSEUR	15
5. LE PROFESSEUR, SUJET D'UNE INSTITUTION, COMME L'ELEVE	17
IV. SYNTHÈSE ET PISTES DE DEVELOPPEMENT A PARTIR DE QUESTIONS ABORDEES DANS CE CHAPITRE	18
<u>PARTIE I : PROLEGOMENES A L'ETUDE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE EN MATHEMATIQUES</u>	21
I. QUESTIONS RELATIVES A « LA MEMOIRE DE TRAVAIL » ET AU MODELE DU CALEPIN VISUO-SPATIAL A PARTIR DE L'EXEMPLE DE L'ENSEIGNEMENT DU THEOREME DE THALES	21
1. L'EVOLUTION DE LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE D'UN OBJET MATHEMATIQUE	21
2. LIMITES DES TRAVAUX DE PSYCHOLOGIE EXPERIMENTALE PORTANT SUR LA MEMOIRE DANS LEUR RAPPORT AVEC L'ACTIVITE MATHEMATIQUE	23
3. SPECIFICITE DE LA MEMOIRE UTILISEE AU COURS DE L'ACTIVITE MATHEMATIQUE ET DECOULANT DE LA SPECIFICITE DES MATHEMATIQUES : UN EXEMPLE	28
4. LE ROLE DU CONTRAT DIDACTIQUE DANS LE RAPPEL MEMORIEL, LA NATURE SOCIALE DE CE RAPPEL	31
II. CHANGER D'ORIENTATION POUR ETUDIER LA MEMOIRE DIDACTIQUE : LA SOCIOLOGIE DE LA MEMOIRE	35
1. LES OUTILS VENUS DE LA SOCIOLOGIE DE LA MEMOIRE	36
2. UNE APPROCHE D'AVANTAGE TOURNEE VERS L'ANTHROPOLOGIE DE LA MEMOIRE	37
III. RETOUR AU DIDACTIQUE	40
1. LA NOTION D'ORGANISATION PRAXEOLOGIQUE	40
2. DES EXEMPLES DE SCHEMAS D'ORGANISATIONS MATHEMATIQUES	44
3. DE L'ORGANISATION MATHEMATIQUE A L'ORGANISATION MEMORIELLE	46
IV. OUVERTURE D'UN CHAMP DE RECHERCHES SUR LA MEMOIRE DIDACTIQUE	49
1. AUTO-ANALYSE ET ANALYSE DE CERTAINES DES DIMENSIONS MEMORIELLES DES ENSEIGNANTS	49
2. UNE QUESTION ET SES CONTOURS A L'ORIGINE D'UN CHAMP DE RECHERCHE SUR LA MEMOIRE	51
3. VERS L'ETUDE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE	54
V. SYNTHÈSE ET PISTES DE DEVELOPPEMENT A PARTIR DES QUESTIONS ABORDEES DANS CE CHAPITRE	57
<u>PARTIE II. ETUDE DES GESTES MEMORIELS ACCOMPLIS PAR LE PROFESSEUR : ACTION CONJOINTE ET MICRO-CADRE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE</u>	61

I. CONFRONTER L'APPRENTISSAGE EN SITUATION D'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE ET LES ELEMENTS THEORIQUES ISSUS DE LA MODELISATION D'UN ENSEIGNEMENT PAR ADAPTATION	61
1. EXPLIQUER L'APPRENTISSAGE RESULTANT DE L'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE A PARTIR DU MODELE DE L'APPRENTISSAGE PAR ADAPTATION ?	61
2. COMPRENDRE L'APPRENTISSAGE A TRAVERS L'ACTION DE L'ENSEIGNANT RELATIVE AUX PHENOMENES MEMORIELS : QUELQUES EXEMPLES	67
II. LE ROLE DES NIVEAUX DE CODETERMINATION DIDACTIQUE DANS L'APPEL AU SOUVENIR	73
1. LES CONDITIONS ET CONTRAINTES PROPRES A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES	74
2. DEUX EXEMPLES DE REMEMORATION POUR L'ACTION A PARTIR DES NIVEAUX DE CODETERMINATION DIDACTIQUE	76
III. DISCUSSION DE LA NOTION DE « MILIEU » TELLE QU'ELLE APPARAÎT EN THEORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES	82
1. POSITION DU PROBLEME ET DEMARCATION	82
2. REDEFINIR LA NOTION DE « MILIEU » : LE MILIEU POUR L'ETUDE	88
IV. LES GESTES MEMORIELS DE L'ENSEIGNANT : UNE PREMIERE RECENSION FAISANT APPARAÎTRE HUIT TYPES DE GESTES	93
1. LE ROLE DU PROFESSEUR DANS LA REACTIVATION DE SOUVENIRS AFIN DE CONSTRUIRE UN MILIEU PARTAGE POUR L'ETUDE	93
2. UNE PREMIERE CLASSIFICATION	96
a. Gestes technologiques	96
b. Gestes techniques	97
c. Gestes de remplacement	97
d. Gestes chronologiques	99
e. Gestes déstabilisateurs	99
f. Gestes « preneur d'indices »	100
g. Gestes de fixation	101
h. Gestes « ostensif déclencheur »	102
3. LE MICRO-CADRE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE	103
V. SYNTHESE ET PISTES DE DEVELOPPEMENT A PARTIR DES QUESTIONS ABORDEES DANS CE CHAPITRE	107
<u>PARTIE III. ETUDE DE QUELQUES EFFETS ISSUS DES CONDITIONS ET CONTRAINTES VENUES DES NIVEAUX DE CODETERMINATION DIDACTIQUE EN GRANDE PARTIE EXTERIEURS AUX MATHEMATIQUES, ET DES CONDITIONS POUR DES MODIFICATIONS EVENTUELLES</u>	<u>112</u>
I. ETUDE DE QUELQUES DISPOSITIFS DIDACTIQUES APPARUS DANS LE SYSTEME EDUCATIF FRANÇAIS A PARTIR DE 1999 ET DE LEURS RECEPTIONS	113
1. L'AIDE AUX ELEVES	114
a. L'aide individualisée en 2 ^{de}	115
b. L'aide au travail personnel des élèves en 6 ^e de ZEP « ambition réussite »	119
2. LES TRAVAUX PERSONNELS ENCADRES COMME INTERROGATION SUR LES FORMES DIDACTIQUES	121
a. La définition du dispositif et les questions émergentes	121
b. L'ostension assumée et l'ostension déguisée	123
c. L'enseignement par adaptation	127
d. La forme didactique inédite que recouvrent les TPE	128
II. CONDITIONS, CONTRAINTES ET PROPOSITIONS POUR UN ENSEIGNEMENT PROBLEMATISE	132
1. TENSION ENTRE VOLONTE INSTITUTIONNELLE ET FORMATION PROFESSIONNELLE DES ENSEIGNANTS	132
2. EXPERIMENTER LOCALEMENT AFIN DE DETERMINER L'UNIVERS DES POSSIBLES	135
a. Pourquoi « re-dynamiser » l'enseignement des mathématiques ?	135

b. Une tentative de développement d'un enseignement des mathématiques basé sur une dynamique d'étude et de recherche pour des classes ordinaires du système éducatif : le projet (CD)AMPERES	136
3. CONDITIONS ET CONTRAINTES REVELEES PAR LE PROJET AMPERES	140
a. Conditions et contraintes venues du niveau de la discipline	140
b. Conditions et contraintes venues du niveau de l'école	141
c. Conditions et contraintes venues du niveau de la pédagogie et de la société	143
d. Bilan sur les conséquences relatives aux conditions et contraintes propres à l'existence des praxéologies professorales	144

EXPLORER LA POSSIBILITE D'UN ENSEIGNEMENT CONTRIBUANT A UNE EDUCATION BASEE SUR L'EXPERIENCE PRESENTE, EN TANT QUE FORMATION A LA MAITRISE DES EXPERIENCES A VENIR

146

I. EXPLORER LA GENERICITE ET LA SPECIFICITE DES ORGANISATIONS DE SAVOIR AUTRES QUE MATHEMATIQUES, ET LES TECHNIQUES DIDACTIQUES DE REMPLACEMENT DES ELEVES DANS CES TYPES D'ORGANISATIONS

146

1. INTERROGER L'ORGANISATION DES SAVOIRS	147
2. ETUDIER LES TECHNIQUES DE REMPLACEMENT DES ELEVES DANS LES NIVEAUX D'ORGANISATION DU SAVOIR, C'EST-A-DIRE LES TECHNIQUES DE REMEMORATION ET D'OUBLI	147

II. POURSUIVRE LA PRODUCTION D'INGENIERIES DIDACTIQUES ET DE DEVELOPPEMENT, NOTAMMENT PARCE QU'ELLES NOURRISSENT LA RECHERCHE

149

1. L'EXTENSION PRAXEMIQUE, ENTRE MNEMOSUNE ET METIS	149
2. PROMOUVOIR UN ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE QUI CONTRIBUE A L'EDUCATION PAR LA PRISE EN COMPTE DES CONNAISSANCES ANTERIEURES DANS LA DEVOLUTION AUX ELEVES DE LA RECHERCHE	151
3. VERS UNE ACTION CONJOINTE PROFESSEUR – ELEVES PORTANT SUR LA CONSTRUCTION DU SAVOIR	155
4. ETUDIER LES CONDITIONS NECESSAIRES A LA FORMATION DES PROFESSEURS POUR UN ENSEIGNEMENT PERMETTANT AUX ELEVES DE CONTINUER A S'EDUQUER APRES AVOIR QUITTE L'ECOLE	157

BIBLIOGRAPHIE

159

LISTE DES TRAVAUX, ARTICLES, REALISATIONS

168

I. TRAVAUX	168
II. ARTICLES DANS DES REVUES A COMITE DE LECTURE	168
III. ARTICLES OU CHAPITRES DANS DES OUVRAGES	169
IV. OUVRAGES	171
V. EDITION D'OUVRAGES	171
VI. COMMUNICATIONS INTERNATIONALES AVEC ACTES ET COMITE DE LECTURE	171
VII. INFORMATIONS SCIENTIFIQUES & TECHNIQUES, VULGARISATION, COMMUNICATIONS	173
VIII. RAPPORT DE RECHERCHE	174
IX. CONFERENCE INVITE	174

INTRODUCTION : BREF RETOUR SUR DES QUESTIONS INITIALES ÉMERGEANT D'UN CURSUS PERSONNEL

Rédiger une note de synthèse implique un travail de retour vers une partie de son passé ; travail de réorganisation et de rationalisation, afin de le présenter à d'autres et, ce faisant, le présenter de nouveau à soi-même. Le pari porté par ce type particulier de synthèse consiste à envisager qu'à partir de l'accomplissement de cette tâche, des éléments se cristalliseront en points d'appui pour des développements futurs. Un tel travail demande ainsi de prendre en compte les deux directions temporelles afin de réorganiser des études déjà réalisées pour les présenter de nouveau, poser ou répondre à des questions du présent, et préparer les questions de recherche à venir que l'on proposera à d'autres, sous sa direction.

I. Etudier les phénomènes mémoriels constitutifs et nécessaires à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Une partie des travaux exposés dans les lignes qui suivent, et menés ces dernières années, rejoint, par ce que l'on pourrait voir comme une sorte de bizarrerie qui ferait se rencontrer l'analyse des études passées avec une synthèse engageant l'avenir, les deux directions temporelles qui viennent d'être évoquées. Ces travaux ont en effet pris pour objet d'étude le rapport entre l'écoulement temporel et le travail d'organisation et de reconstruction des connaissances antérieures afin d'élaborer ou communiquer des réponses à des questions présentes. Pour une première partie de cette note de synthèse, il s'agit de l'étude de la mémoire considérée dans sa dimension d'organisation des souvenirs du passé, afin de produire et de communiquer des réponses sollicitées par les questions posées à propos du savoir en tant qu'enjeu de la relation didactique ; que ces questions soient adressées aux élèves ou qu'elles se posent au professeur afin de mobiliser auprès des élèves les connaissances nécessaires pour l'enseignement. Plus précisément donc, il s'agit de la mémoire didactique.

Cette mémoire est constituée, en première approche, d'un amalgame de souvenirs portant sur des connaissances anciennes, réorganisées afin de (se) rendre apte à étudier des réponses à des

questions que l'intention didactique vise à transmettre. On considère en effet le savoir, essentiellement mathématique dans le travail présenté, mais il en va de même des autres types de savoirs, comme une petite partie d'un ensemble de réponses apportées à des questions que les Hommes ont rencontrées constamment au cours de leur histoire, et dont l'Ecole a pour charge la transmission et l'appropriation par ceux qui les ignorent encore, notamment par les nouvelles générations. Ces réponses, à leur tour, constitueront des éléments pour élaborer de nouvelles réponses à des questions propres à un temps à venir.

II. Etudier les conditions et contraintes qui président à l'existence des processus didactiques dans le système éducatif

Ayant commencé d'explorer les spécificités du cadre systémique sous lequel se construit une mémoire relative à l'étude des mathématiques, mon travail s'est ensuite porté sur quelques-unes des formes que prend l'enseignement au sein du système éducatif. Ceci fait l'objet de la deuxième partie de cette note de synthèse.

Plus précisément, mon travail s'est développé autour de l'exploration des conditions et contraintes sous lesquelles s'opèrent, d'une part la formation des enseignants, et d'autre part les processus actuels d'enseignement. Ce deuxième temps m'a conduit à effectuer quelques excursions par delà le seul enseignement des mathématiques, notamment du côté de l'enseignement nouveau, depuis 2005, d'éléments de psychologie dans une des séries de l'enseignement secondaire. J'ai pu y retrouver des traits caractéristiques relevés antérieurement à partir de l'enseignement des mathématiques : enseignement par ostension, forme dominante qui consiste à montrer le savoir aux élèves d'une manière parfois plus ou moins déguisée, faiblesse voire absence de motivation du savoir enseigné résultant de l'absence d'étude des questions auxquelles il fournit des éléments de réponse.

Le développement de la théorie didactique et notamment des ingénieries didactiques, sous l'impulsion originelle de Guy Brousseau prolongée au cours de la dernière décennie par Yves Chevallard, permet d'envisager de rendre à l'enseignement et l'apprentissage, notamment des mathématiques, une consistance épistémologique dont ils semblent en grande partie dépourvus, et à la faire vivre auprès des élèves, dans les classes. Ce projet passe par la construction de propositions d'enseignement de parties du programme conçues sur la base de

recherche et de construction de réponses à des questions adéquatement dévolues aux élèves. L'idée n'est pas nouvelle puisqu'elle repose sur la conviction ancienne, venue des premiers travaux de didactique, de la possibilité de concevoir et diriger une « genèse artificielle du savoir » auprès des élèves, afin de les enseigner. Un tel projet s'est en effet historiquement concrétisé, dans les années 1970 à 1990, à travers la conception par Guy Brousseau et son équipe, d'ingénieries didactiques mises en œuvre dans l'école pour l'observation Jules Michelet de Talence. La visée assignée à de telles ingénieries était avant tout de produire et d'observer, afin de les analyser, des phénomènes didactiques au sein d'une école primaire dont un temps était spécifiquement consacré à la réalisation de cet objectif. Ces travaux, qui supposaient au préalable la mise en place de conditions nouvelles, concernant à la fois les professeurs formés à ce type d'enseignement et les élèves pris dans un contrat didactique de nature différente, ont permis d'établir un important corpus, tant d'observation que de résultats théoriques. Il a débouché sur l'élaboration de la Théorie des Situations Didactiques. Mais la passation de ces ingénieries dans le système éducatif « standard » n'était pas son objectif. Tout au contraire pourrait-on dire, puisque les conditions nouvelles qu'il nécessitait n'étaient pas réunies à l'extérieur de cette école pour l'observation.

Avec le développement de la Théorie Anthropologique du Didactique, initiée par Yves Chevallard, et notamment à partir de l'analyse du dispositif des Travaux Personnels Encadrés (TPE)¹, mis en place au sein des classes du cycle terminal des lycées au début des années 2000, un horizon nouveau a semblé s'ouvrir. Il permet d'entrevoir la possibilité d'une mise en œuvre modeste, et sous certaines conditions locales, d'enseignements favorisant en partie cette « genèse artificielle du savoir » auprès d'élèves des classes ordinaires du système éducatif. Ce travail, entrepris à partir de 2005 et qui s'est élargi depuis à neuf équipes fédérées dans le projet AMPERES (Activités Mathématiques et Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire), a tout d'abord consisté à élaborer des propositions d'enseignement des mathématiques pour le Collège et le Lycée. Puis est venu le temps de la passation dans les classes, de l'observation et de l'analyse afin d'enregistrer quelques résultats relatifs à la connaissance du système.

¹ Il s'agissait de faire construire par des petits groupes d'élèves, de deux à quatre, des éléments de réponse à une question qui devenait le sujet de leur travail personnel ; celui-ci étant encadré par deux professeurs de disciplines différentes, essentiellement scientifiques dans la série S observée. Ce travail durait un semestre, deux heures hebdomadaires y étant consacrées, et nécessitait le plus souvent la convocation de savoirs issus de disciplines différentes, une recherche des élèves dans divers types de médias, puis la rédaction d'un petit mémoire exposé publiquement devant le reste de la classe, voire devant des professeurs ou élèves d'autres classes de l'établissement.

A côté d'un travail de développement, il constitue ainsi un outil de recherche permettant de révéler certaines des conditions et des contraintes sous lesquelles se déroulent les processus de l'enseignement actuel des mathématiques dans le second degré, d'étudier les contraintes dont il pourrait se libérer et la viabilité de conditions nouvelles, inédites, qui sont proposées. Au-delà du seul cas des mathématiques, il appelle des développements similaires pour les autres disciplines scolaires, si tant est que les didacticiens de ces disciplines souhaitent collaborer à la prise en charge d'un tel travail. Il permet ainsi de poser les jalons pour une étude de nature macrodidactique des phénomènes d'enseignement. L'observation dans les classes permet à son tour de continuer l'étude des phénomènes microdidactiques relatifs à l'établissement et à l'évolution, sous certaines conditions, des rapports au savoir² des élèves sous l'effet de l'action conjointe du professeur et des élèves relativement aux mathématiques en tant qu'objets des transactions.

III. Quelques certitudes issues d'un parcours personnel : une spécificité disciplinaire et une formation lacunaire caractéristique d'une semi-profession

Devant me tourner, pour la rédaction de cette note de synthèse, vers un passé qui m'a conduit à la reprise d'études en sciences de l'éducation après celles, initiales, en mathématiques, un sentiment mêlé de certitudes et de l'impression diffuse d'avoir toujours porté une question

² L'ouvrage *Rapport au savoir et didactiques*, de S. Maury et M. Caillot (2003), fournit un intéressant éclairage de l'usage des différentes approches de la notion de rapport au savoir. Dans un texte de 2005, publié en 2007 dans les actes du I^{er} colloque international sur la Théorie Anthropologique du Didactique et intitulé *Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique*, Yves Chevallard revient sur la notion de rapport au savoir qu'il définit dans les termes suivants. « L'approfondissement de la rupture amorcée par la notion de transposition va passer d'abord par l'introduction de la notion de *rapport* – d'une personne x à un objet o , $R(x, o)$, ou d'une institution I à cet objet, ou plus exactement des sujets (idéaux) de l'institution I en position p dans I à cet objet o , $R_I(p, o)$. Il s'agit, par cela, d'une part de subsumer sous une unique entité tout ce que la culture, dans sa frénésie "psychologique", a élaboré autour de la vie de l'esprit, d'autre part d'objectiver l'infinitude bigarrée des postures personnelles ou institutionnelles pouvant coexister au sein d'un espace cognitif culturellement partagé. Il y a par exemple la notion supposée de *logarithme*, qu'aucune personne ni aucune institution ne saurait "posséder" ; et il y a le rapport que j'ai, *personnellement*, à cette notion, comme il y a le rapport que l'on *devrait* avoir à elle quand on occupe légitimement telle position en telle institution – rapport qui, au lycée, ne sera pas le même pour le professeur de mathématiques et pour le professeur de physique et chimie par exemple. La notion *supposée* est celle qu'on *évoque* lorsque, par exemple, tel sujet de telle institution me demande si je connais cette notion : la notion supposée est alors le référent d'un jeu d'évocations ; elle n'est pas *sa* notion à lui ni *ma* notion à moi. Elle est ce qu'il faut que nous supposons ensemble, pris que nous sommes dans une culture commune, pour échapper au solipsisme. Elle est la condition de l'intersubjectivité et de l'inter-institutionnalité. » C'est en ce sens, celui d'une *évoocation* entre sujets d'une institution qui peut prendre la forme d'une action (dire, faire, montrer, etc.), que le terme est utilisé dans cette note de synthèse.

m'accompagne. Il est sans doute au fondement de certaines des recherches dont les grandes lignes viennent d'être exposées.

1. Du spécifique disciplinaire au générique professoral

Je tentais de pallier l'insuffisance de la formation professionnelle dispensée par le Centre Pédagogique Régional durant l'année où j'étais professeur-stagiaire, en suivant le certificat de maîtrise que dirigeait Francis Halbwachs à l'Université de Provence, intitulé « Histoire et sociologie des faits et des idées scientifiques » ; un mémoire sur la place de l'idéologie dans la science – l'affaire Lyssenko – soutenu cette année-là me renforçait dans la certitude que des interactions sociales pesaient sur la science qui se fait, que la nécessaire démarcation entre connaissance scientifique et croyance idéologique était parfois difficile à établir et avait pu être franchie au cours de l'histoire, mais ne m'apportait guère plus de connaissances sur le métier que j'avais choisi. Sinon que les choix faits pour le savoir, notamment celui que j'avais pour charge d'enseigner, résultaient d'une volonté sociale que l'on pouvait questionner.

Existaient dans mon environnement professionnel proche des professeurs enseignant deux disciplines, les PEGC. De même, je n'ignorais pas le travail des instituteurs polyvalents que j'avais l'occasion de rencontrer dans les à-côtés professionnels. Mais l'idée persistait qu'au-delà de considérants transversaux, relatifs à la gestion d'un groupe-classe, aux interactions avec les élèves, à des tâches partagées par les professeurs de toute discipline (corriger des copies, préparer des cours, évaluer des élèves, etc.), ces collègues étaient engagés dans une interaction enseignante de nature différente selon la discipline qu'ils enseignaient ; y compris lorsqu'il s'agissait de la même personne enseignant des disciplines distinctes selon les moments de la journée.

Il suffisait pour cela d'observer, en entrant dans une salle de classe, le tableau qu'un collègue avait oublié d'effacer, pour percevoir que son usage relevait d'une fonction bien différente selon que s'y était tenu un cours de philosophie ou de mathématiques : comment enseigner à tous une démonstration de géométrie ou la conduite à son terme d'un calcul algébrique sans une écriture jugée suffisamment claire à l'aide de cet outil ? Souvent, du cours de philosophie, ne subsiste guère que l'écriture désordonnée de quelques concepts ou noms de philosophes illustres, éventuellement assortis de représentation scripturale dont le sens échappe nécessairement à celui qui n'était pas présent lors de leur écriture, parce que leur usage n'est

pas réglé : flèches, cercles, etc. Il m'apparaissait, par-delà certains traits génériques significatifs, une irréductible spécificité disciplinaire dont attestent toujours, pour quiconque se penche un tant soit peu sur l'enseignement, bien d'autres indices différenciateurs : usage ou non du manuel pour entrer en contact avec les œuvres à enseigner (on étudie Platon, Molière, Somerset Maugham ou John Maynard Keynes dans le texte, mais pas les *Eléments* d'Euclide), places respectives de l'oral et de l'écrit (on comprend bien peu d'un calcul algébrique seulement parlé alors qu'un cours de français, de langue ou de philosophie est essentiellement oral), degrés de technicité différenciés selon que l'on sollicite l'engagement des élèves dans la démonstration d'une configuration géométrique, la modélisation d'un problème de probabilité, la rédaction d'une dissertation à partir d'une pensée de Montaigne ou de Rousseau, l'exécution d'une mélodie sur une flûte à bec, etc.

De cela, à côté d'un aspect plus généraliste nécessaire, la formation professionnelle d'un professeur de mathématiques tenait bien peu compte. Je me suis tourné, au début des années 1990, vers la recherche de compléments de formation, notamment à l'Université, compte tenu de l'insuffisance des apports fournis par l'Education Nationale. Les enseignements dispensés en sciences de l'éducation laissaient une place importante à la didactique, dont celle des mathématiques. Si celle-ci avait jusqu'alors pris pour objet d'étude le savoir, notamment sous sa forme transposée, et donc les conditions et contraintes relatives à sa diffusion – et à ce titre, l'étude de l'enseignement et de l'apprentissage des savoirs –, il fallut attendre 1995 et la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques à laquelle je participais, pour qu'elle se penche sur la modélisation de l'enseignant de mathématiques, au-delà des particularités individuelles. Ce terrain de recherches reste encore en grande partie ouvert de nos jours, bien qu'attaqué par diverses voies, dont celle de la didactique. Alors qu'enseigner un savoir, et notamment des mathématiques, à des élèves, dans une école, est une activité sociale qui traverse plusieurs millénaires sous des formes différenciées (depuis la formation des scribes égyptiens ou mésopotamiens³ jusqu'à l'école obligatoire de Jules Ferry), la théorie inachevée mais préalable qui permettra d'en rendre raison et de l'outiller sort, à l'échelle historique, tout juste des limbes. Le champ est immense, et contribuer à nourrir une formation professionnelle à

³ On peut se référer aux travaux des archéologues de ce domaine, notamment C. Proust, *Tablettes mathématiques de Nippur*, Institut français d'études anatoliennes, 2007, pour la formation des scribes mésopotamiens étudiés à partir des « brouillons » de tablettes utilisés par des élèves, ou encore se référer aux articles en ligne tels que <http://www.egyptis.com/guide/spip.php?article28> pour l'organisation scolaire de la formation des scribes égyptiens.

partir de l'étude théorique de l'enseignant a occupé une partie de mes recherches, en articulation avec d'autres, fondatrices de mon engagement dans des recherches en didactique.

2. Une semi-profession

Une première certitude tenait à l'insuffisance d'une formation initiale au métier de professeur de mathématiques. A l'obtention du CAPES, concours dont l'objet ne consistait guère plus qu'à classer des candidats selon leurs connaissances en mathématiques et leurs plus ou moins grandes aptitudes à les montrer à un jury, succédait, à l'époque où je l'ai passé, en 1978, une année de « formation pédagogique ». En fait, une année qui se réduisait au suivi de trois stages chez des professeurs dits « chevronnés » choisis par l'Inspection. Les jeunes stagiaires commençaient tout d'abord à observer la façon d'enseigner des anciens, depuis le fond de la classe, sans qu'on ait cru nécessaire de communiquer par avance à ces observateurs de fortune les prémisses des règles de l'observation d'activités sociales ou, plus particulièrement, d'enseignement. Observer paraissait une faculté humaine si naturelle, allant de soi, que l'idée même qu'existe un savoir sur l'observation semblait étrangère à l'institution de formation... Puis ces derniers remplaçaient dans leurs cours les professeurs auxquels ils étaient attachés, en se soumettant alors à leurs regards critiques et en tentant de tenir compte de leurs conseils. La formation pédagogique était ensuite sanctionnée par deux inspections, dont l'une dans la « prestigieuse » classe de Terminale C pour les professeurs de mathématiques.

L'exercice du métier de professeur était majoritairement vu, tant par la société que par l'Education Nationale, comme ne nécessitant guère plus qu'une solide connaissance disciplinaire que devait garantir le niveau des concours passés, ainsi qu'une « aptitude personnelle à faire classe » ; si possible, à cette époque, sous la forme d'un cours dialogué. Semblaient transparentes, non interrogées car pas même entrevues, les conditions nécessaires pour qu'un enseignement puisse avoir lieu, ainsi que les contraintes qui en résultaient, toutes deux portant à la fois sur le professeur, les élèves et les mathématiques ; ces dernières étant pourtant bien éloignées de celles que les jeunes professeurs apprennent étant étudiants. La mise en place de ce système de conditions semblait ne devoir tenir qu'à la virtuosité pédagogique personnelle ; donc forcément différenciée selon des individus qui endossaient un habit de professeur leur convenant plus ou moins bien. La même habileté pédagogique personnelle devait permettre une évolution harmonieuse sous certaines contraintes institutionnelles ainsi que l'aptitude à en faire accepter quelques-unes de la part des élèves.

Il n'est pas certain que cette vision du métier ait beaucoup évolué depuis ; tout au moins dans certaines sphères sociales, alors qu'écrivant ces lignes, je suis amené à lire certains articles, y compris venant de syndicats portant la parole de la profession, sur la formation des enseignants. Or, la remarquable inventivité dont fait preuve le système éducatif produisait, et continue de produire, à un rythme soutenu, des dispositifs modifiant l'ensemble des conditions et contraintes sous lesquelles se déroule l'enseignement. On peut mentionner, dans une liste ne prétendant pas à l'exhaustivité : changements de programmes, heures de soutien et d'approfondissement puis leur disparition, massification de l'accès à l'enseignement secondaire, classes de niveau ou au contraire hétérogènes, dédoublements et travaux dirigés, séances destinées à une quarantaine d'élèves, divers types d'évaluation, redoublements importants ou au contraire volonté institutionnelle de les éviter, etc.

Pouvait-on étudier les effets et la pertinence de ces innovations, de leurs apparitions / disparitions ? Quelles conséquences sur l'étude des mathématiques par les élèves, sur l'enseignement par le professeur ? La réponse pragmatique de la corporation consiste souvent à « faire le gros dos », à attendre que « les choses » et les modes passent ; un professionnel peut-il se refuser ainsi à questionner davantage les raisons d'être des conditions changeantes qui lui sont proposées pour l'exercice de son métier ? La certitude apparaissait que le système de formation des professeurs ne fournissait pas les outils théoriques permettant de répondre à ces questions minimales qui devraient pourtant être cruciales pour tout authentique professionnel. Tout simplement parce que ces savoirs, et donc les études qui auraient permis de les construire, n'existaient pas ou étaient ignorés de ceux chargés de former les jeunes enseignants : sortis du sérail de la corporation par un choix échappant aux critères démocratiques d'une sélection des connaissances, ils n'en savaient par conséquent guère plus que les connaissances moyennes de cette semi-profession⁴.

⁴ Pour caractériser la profession enseignante, Yves Chevallard a repris le terme de semi-profession proposé par le sociologue Amitai Etzioni dans son livre *The Semi-professions and their Organisation : Teachers, Nurses and Social Workers* (Free Press, New York, 1969). Etzioni propose une liste de 12 critères permettant de distinguer entre profession et semi-profession. De manière succincte, on peut souligner quelques traits des semi-professions : un métier solitaire, une formation qui ne repose pas sur un corpus de savoirs théoriques, l'obéissance à des prescriptions, une tendance de l'individu à s'identifier à l'administration qui l'emploie et non à sa profession, etc.

3. Une impression diffuse : phénomènes d'oubli et de souvenirs varient selon la tâche institutionnellement demandée

Une deuxième question animait mes préoccupations, bien que ce le soit de manière en partie inconsciente, car l'inconscient constitue l'une de ses dimensions : la question de la mémoire m'apparaît, de manière rétrospective, comme m'ayant toujours accompagné. A cela, dira-t-on, rien d'étonnant puisqu'on la sait constitutive de l'identité de la personne. Elle contribue à faire ce que nous sommes, tant pour ce qu'elle révèle de nous, façonnant la présentation que nous faisons de nous-mêmes, notre image de soi, que pour ce qu'elle autorise à refouler dans l'inconscient. Au-delà de l'aspect personnel auquel est traditionnellement attachée la fonction mémorielle, il s'agit de comprendre en quoi, sans souvenir et oubli, tout apprentissage est impossible. Il nécessite en effet tout autant la permanence du souvenir afin de rendre présent, que la possibilité de l'oubli, pour substituer du nouveau à l'ancien. Bien peu d'entre nous se souviennent de la manière dont ils ont étudié l'algorithme de la multiplication à l'école élémentaire, pourtant chacun sait en calculer ; on déclare néanmoins que l'on a appris à faire des multiplications. Une explication simple, mais partielle, peut être avancée : l'époque de cet apprentissage remonte à l'enfance, et les épisodes de cet âge de la vie sont fréquemment soumis à l'oubli. Pourtant, tout enseignant peut constater, de manière empirique et aléatoire, que les élèves dont il a la charge oublient dans un intervalle de temps beaucoup plus court que celui qui va de l'enfance à l'âge adulte, puisque cet oubli a parfois pour empan temporel l'année scolaire (il constate aussi des oublis sur des savoirs qu'il sait avec certitude être enseignés d'une année scolaire à l'autre), voire des durées plus courtes, de l'ordre de quelques semaines.

Les élèves oublient certains éléments des mathématiques – propriétés, démonstrations, techniques diverses, etc. –, et aussi les activités dans lesquelles on les a engagés afin de leur enseigner ces éléments, alors que leur professeur s'en souvient. Cette observation est banale : aussi est-elle traditionnellement mise par les enseignants sur le compte d'une application à l'étude beaucoup trop insuffisante de la part des élèves. Néanmoins, certains bons élèves oublient eux aussi, sans qu'on puisse nécessairement soupçonner un engagement insuffisant dans leur travail. La dissymétrie qui préside à la relation élève-professeur est souvent invoquée pour expliquer le phénomène : on s'accorde pour déclarer que ces élèves sont bons, mais qu'ils ne sauraient l'être qu'imparfaitement, et sûrement pas à l'égal de leur professeur. Pour preuve, ils ont encore à apprendre ce qu'il leur enseigne. Telle est la traduction d'une

des règles de dissymétrie, plus ou moins implicites, selon lesquelles les professeurs se représentent une partie de leurs rapports aux élèves qu'ils enseignent.

4. Des phénomènes d'oubli du côté du professeur

Mais l'explication pourrait être convaincante et rassurante pour les enseignants si les élèves étaient les seuls à connaître les tours que joue la mémoire. J'avais étudié, comme tout collégien, et avant la réforme de 1971 dite « des mathématiques modernes », le théorème de Thalès. Mes études me l'avaient fait voir ensuite comme l'un des axiomes d'un espace vectoriel, puis ce théorème avait pris sa place, parmi d'autres souvenirs lointains, dans un cours de géométrie projective de maîtrise sur les homographies et la conservation du bi-rapport. Voilà que devenu professeur, et après quelques années passées à enseigner en Lycée où il s'écrivait sous forme vectorielle, donc dans une assez grande proximité avec la structure d'espace vectoriel, je devais à mon tour enseigner ce théorème à des collégiens de 3^e sans le secours des vecteurs, ni non plus celui des mesures algébriques qui, à défaut, auraient constitué un palliatif bien utile. Des questions professionnelles nouvelles émergeaient alors. Que dit ce théorème au sein de l'épistémologie des mathématiques, à quoi est-il utile dans l'organisation du programme dont on attend désormais l'enseignement, quelle est sa place dans l'organisation classique de la géométrie et comment lui en trouver une autre dans l'organisation actuelle ? Doit-on n'enseigner que ce que demande le programme à son propos, mais alors quelle utilité ?...

Quelques justifications pouvaient être évoquées pour expliquer le sentiment désagréable d'avoir connu un objet et de ne plus le reconnaître, voire le devoir professionnel d'oublier ce qu'il était, c'est-à-dire ce qu'il signifiait : elles tenaient évidemment à la fonction de professeur de mathématiques dont l'univers stabilisé de ses connaissances mathématiques avait été modifié. C'est un phénomène maintes fois observé que celui provoqué par le changement : des allants de soi se révèlent pour ce qu'ils sont, des paysages inédits se découvrent qui interrogent la manière dont on évoluait dans ceux qui, désormais, apparaissent dans leur singularité, masquée jusqu'alors par la familiarité que nous avions avec eux. Le changement est facteur de questions nouvelles. Pour le professeur de mathématiques, un changement important des objets qu'il a à enseigner, de leur organisation, interroge ses connaissances anciennes, et donc son identité professionnelle et personnelle. Cette expérience a sans doute été vécue de manière plus prononcée par ceux qui connurent le passage d'un

enseignement des mathématiques classiques à celui de la réforme des mathématiques modernes. Les paysages changeaient au point que certains pouvaient ne plus les reconnaître, et ne plus s'y reconnaître ! Et l'on peut se demander s'il fut aisé ou douloureux, pour les personnes qui vécurent cette « révolution », de reconnaître dans les nouveaux paysages quelques-uns des traits des anciens, et si leur identité professionnelle en fut ou non transformée. Mais, dira-t-on, les programmes changent et il n'y a à cela rien que de très banal. Certes, mais un phénomène curieux semblait se produire : il m'apparaissait que, faisant classe, mes connaissances et souvenirs relatifs au savoir devaient changer aussi, pour devenir ceux d'un bon élève, fictif et idéal, qui, après enseignement, nourrirait un rapport aux mathématiques de ce niveau, équivalent au mien. Il aurait pu, par exemple, déclarer avec certitude la validité ou non d'un raisonnement ou d'un calcul, se souvenir des résultats établis, etc.

Cet élève n'existe évidemment pas, mais la fiction de son existence m'apparaît toujours, avec le recul, comme une nécessité didactique pour l'enseignant, une sorte « d'idéalité apprenante » qui oriente son travail et fixe une direction dans la connaissance du savoir vers laquelle la charge dont il est investi le contraint à faire tendre ses élèves. Je sus plus tard que cette curieuse impression personnelle relevait de l'assujettissement à l'institution didactique depuis la position de professeur ; sa fonction consistant à guider les élèves vers le dépérissement de l'intention didactique, afin qu'ils sachent résoudre par eux-mêmes, hors intention didactique, des problèmes de la même classe que ceux qu'on leur avait intentionnellement fait rencontrer. Ces derniers n'étant proposés dans un cadre didactique que pour que les élèves sachent utiliser le savoir nécessaire à une résolution ultérieure autonome, non didactique (Brousseau, 1996). Phénomène *a priori* curieux que celui qui voit une personne chargée de jouer un rôle, l'investir au point qu'une partie d'elle-même se confond avec le personnage du rôle. Pour le coup, nous voilà bien loin du *Paradoxe sur le comédien* de Diderot, pour qui le bon comédien est insensible ; on pourrait dire de lui qu'il sait garder son sens – non son sang – froid⁵. A cela deux explications possibles : soit le professeur que j'étais

⁵ « Si le comédien était sensible, de bonne foi lui serait-il permis de jouer deux fois de suite un même rôle avec la même chaleur et le même succès ? Très chaud à la première représentation, il serait épuisé et froid comme un marbre à la troisième [...] l'acteur s'est longtemps écouté lui-même ; c'est qu'il s'écoute au moment où il vous trouble, et que tout son talent consiste non pas à sentir, comme vous le supposez, mais à rendre si scrupuleusement les signes extérieurs du sentiment que vous vous y trompez. Les cris de sa douleur sont notés dans son oreille. Les gestes de son désespoir sont de mémoire, et ont été préparés devant une glace. Il sait le moment précis où il tirera son mouchoir et où les larmes couleront ; attendez-les à ce mot, à cette syllabe, ni plus tôt ni plus tard. » *Paradoxe sur le comédien*, Denis Diderot, Folio Classique, Gallimard, 1994.

était un bien mauvais comédien, si l'on veut bien accepter que Diderot a défini le bon, soit le recours à la métaphore qui rapprocherait le professeur du comédien est en partie indu.

Or, si le professeur joue sans doute un rôle en classe, celui que l'institution scolaire lui assigne, s'il dit un texte écrit par avance par lui ou un autre, celui du savoir, plusieurs fonctions le différencient du comédien dont deux au moins de manière radicale. Le comédien n'est pas dépositaire de l'intention d'enseigner à son public – chacun des spectateurs peut, s'il le souhaite ou de manière fortuite, apprendre de manière autonome à partir de la représentation à laquelle il assiste, si tant est qu'elle contienne, au moins pour lui, des éléments à apprendre – et l'intention portée par l'institution théâtrale ne consiste pas à ce que le public puisse se passer du comédien ; les spectateurs, contrairement aux élèves, n'agissent pas sur le texte dit par le comédien. C'est donc que le rôle du professeur ne saurait se confondre avec celui de l'acteur, qu'il est pris dans une interaction avec les élèves centrée sur la pratique d'un savoir qu'ils ont à étudier, et que ce type d'interactions, portant sur le savoir, l'institue professeur.

Le comédien utilise sa mémoire, ne serait-ce que pour apprendre le texte de la pièce qu'il jouera, retenir les déplacements et les comportements que le metteur en scène lui indique et qu'il interprètera à son tour à travers son « jeu » personnel. Dans l'enseignement tel que nous le connaissons depuis plus d'un siècle, les choses vont tout autrement. Le texte est rarement écrit dans son entier par avance, et le discours tient compte de sa réception par les élèves, ne serait-ce que par l'intermédiaire des évaluations dont une des fonctions régulatrices relève de la négociation (Chevallard & Feldman, 1986). La dimension liée à l'imprévu s'est encore accrue lorsqu'a été préconisé et mis en place, il y a quelques décennies, un enseignement basé sur une pédagogie active prenant généralement la forme d'un cours dialogué, et sur l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes. La mémoire porte alors pour partie sur les situations vécues dans lesquelles les partenaires de la relation didactique tiennent chacun un rôle relativement à l'objet qui les réunit : la pratique commune d'un savoir.

5. Le professeur, sujet d'une institution, comme l'élève

Le défilement des situations, leur organisation variable compte tenu de l'inattendu portant sur les termes effectifs de la relation, la variation du savoir qui est au cœur de la situation peuvent-ils influencer sur la mémoire ? Si la réponse apparaît assez naturellement affirmative en

ce qui concerne la mémoire relative à l'apprentissage chez les élèves – on se souvient différemment d'un théorème selon la forme qu'il a prise et sans doute la manière dont on nous l'a fait étudier –, la chose mérite d'être questionnée pour ce qui concerne celui ayant la charge d'enseigner. Une entrée permettant de comprendre le phénomène peut consister à utiliser les travaux portant sur les organisations. Ainsi, Crozier et Friedberg mentionnent-ils, dans une partie de leur ouvrage (1977)⁶ consacrée aux organisations et à leur environnement, les travaux pionniers de Lawrence et Lorsch révélant l'empathie avec l'environnement repérée chez les acteurs : « s'identifier avec les besoins, les problèmes, voire les “ mentalités ” dans les segments de l'environnement distincts avec lesquels ils doivent maintenir de bons contacts » (p. 141). Si l'on veut bien transposer aux classes en tant qu'organisations sociales les besoins, problèmes, « mentalités » propres aux élèves qui étudient, le phénomène d'empathie peut constituer une explication des oublis. D'autant que l'analyse de Crozier et Friedberg se prolonge en se centrant sur les « relais ». Ces derniers pourraient être assimilés, dans le cas de l'enseignement, au professeur en tant que « relai » entre savoir et élèves qui ont à l'étudier. La fonction de tels relais est celle de « réducteurs d'incertitude », terme repris en didactique par Mercier 1992, qui « négocient implicitement ou explicitement leur capacité à [la] réduire ». Cette piste pouvait s'avérer fructueuse en la transposant aux phénomènes didactiques analysés à partir de la théorie qui a pris pour objet leur étude.

IV. Synthèse et pistes de développement à partir de questions abordées dans ce chapitre

L'ensemble des questions qui viennent d'être évoquées ont été portées pendant plusieurs années. Celles relatives à la mémoire ont commencé d'être abordées dans ma thèse qui, entre autres résultats, a abouti à la proposition d'une modélisation pour la mémoire didactique. Certaines des voies ouvertes par ce modèle ont trouvé un développement dans la thèse d'Andrea Araya (2008) que j'ai codirigée.

Les études relatives à la mémoire didactique ont été menées depuis l'enseignement des mathématiques et importent de ce fait des caractéristiques propres à ce savoir, tant épistémologiques que didactiques. Plusieurs raisons expliquent le choix de cette discipline, au-delà des seules considérations professionnelles ou de circonstances, qui me conduisaient à

⁶ *L'acteur et le système*, Editions du Seuil, Paris, 1977.

former des professeurs dans l'enseignement de cette discipline, observer ou construire des situations d'enseignement des mathématiques, diriger des mémoires dans ce domaine. Il s'agissait tout d'abord de disposer des connaissances permettant l'exercice d'une analyse et d'un contrôle sur ce savoir ; autrement dit de pouvoir exercer une certaine expertise dont je pouvais me garantir à partir de ma formation initiale de professeur de mathématiques. Il fallait ensuite mobiliser une théorie permettant d'expliquer pour une grande part certains des phénomènes relatifs à l'enseignement d'un savoir ; la didactique des mathématiques fournissait un cadre théorique riche de plusieurs décennies de travaux. Il y avait enfin, dès le départ, l'intuition fondée sur des situations maintes fois rencontrées lors de mes études en mathématiques, qu'un savoir dont l'organisation obéit à une certaine rationalité permettait une catégorisation facilitatrice du rappel mémoriel.

Le travail sur la mémoire implique l'observation micro-didactique, afin de déterminer les modalités de l'irruption du passé dans des épisodes souvent fugaces du présent. La focale utilisée permet alors d'observer plus finement les actions et interactions du professeur et des élèves, entre eux et avec le savoir, ainsi que les jeux rationnels et aussi les tactiques dans lesquels ils sont engagés. C'est une première voie qui, ces observations ayant donné matière à l'analyse, permet d'établir certaines régularités des comportements d'enseignement et d'étude dans des types donnés de situations, et aussi de concevoir des ingénieries didactiques dotées d'une certaine stabilité. On sait en effet que, très souvent, certaines micro-interactions déterminent l'évolution à venir de séquences d'enseignement bâties sur une action conjointe des professeurs et des élèves auxquels ont été dévolues certaines responsabilités dans la construction du savoir (Sensevy G, 2007).

Le thème de la mémoire rencontre, au-delà du seul cas d'un savoir particulier, les questions d'ordre macro-didactique portant sur les conditions mises en place dans les systèmes didactiques et les contraintes vécues par professeurs et élèves. Conditions et contraintes engagent vers la mémorisation ou l'oubli ; ne serait-ce que du point de vue de la répétition organisée des mêmes tâches ou comportements, de ceux des apprentissages à acquérir et de certains autres dont on est plus ou moins tacitement enjoint de se départir. Au-delà du seul cas de l'enseignement des mathématiques et de la mémoire, apparaissent alors des questions de plus grande genericité. Tout d'abord observer si des phénomènes relevant d'une certaine transversalité se manifestent pour l'enseignement d'autres savoirs que mathématiques ou, inversement, observer l'effet de dispositifs génériques mis en place dans le système éducatif

sur l'enseignement et l'apprentissage spécifiques des mathématiques. Ensuite mettre en place à petite échelle et localement, au sein du système éducatif, des dispositifs d'enseignement inédits conçus afin d'améliorer l'apprentissage des élèves mais qui, « en perturbant » légèrement le système didactique, permettront d'observer les contraintes modifiables et de déterminer jusqu'à quel point elles le sont, et celles qui demeurent au contraire intangibles. Parallèlement à ce travail, observer conditions et contraintes lors de l'introduction officielle de dispositifs didactiques inédits jusqu'alors (aide aux élèves, démarches de recherche par exemple) dont la dernière décennie a vu une implantation importante dans le système éducatif, et qui vont un temps le perturber suffisamment pour en étudier certains traits jusqu'alors en partie invisibles du fait d'une trop grande naturalisation du regard, conséquence d'une importante familiarité. De même, étudier les effets d'une formation des enseignants sur l'évolution de leur rapport à l'enseignement, sur les conditions qu'ils mettent en place pour enseigner le même objet à des élèves, lorsqu'on les compare aux propositions de jeunes professeurs qui n'ont pas reçu une telle formation.

Ces questions propres aux dimensions génériques et spécifiques de l'enseignement, à la formation des enseignants, à l'étude des conditions et contraintes sous lesquelles se déroulent les processus d'enseignement et d'étude, ont commencé d'être abordées au cours de la décennie qui a suivi ma soutenance de thèse (12 décembre 2000).

PARTIE I : PROLÉGOMÈNES À L'ÉTUDE DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE EN MATHÉMATIQUES

I. Questions relatives à « la mémoire de travail » et au modèle du calepin visuo-spatial à partir de l'exemple de l'enseignement du théorème de Thalès

1. L'évolution de la transposition didactique d'un objet mathématique

J'ai pu montrer en 1993 (Matheron, 1993) [Document 1] que dans divers programmes de mathématiques, ceux de 1964, 1971 et 1978⁷, le théorème de Thalès enseigné aux niveaux 4^e / 3^e assurait, au sein du processus didactique, une fonction chronogénétique. Le « moteur » de cette chronogénèse, c'est-à-dire de la fabrication d'un temps didactique constitué autour de la dialectique « ancien / nouveau », avait été mis en évidence dans l'ouvrage *La transposition didactique* (1985, 1991). Dans les programmes de 1964, 1971 et 1978, ce théorème assurait l'introduction d'objets nouveaux, dans l'organisation de la géométrie, et qui « prenaient appui » sur lui – théorème de Pythagore et homothétie dans le cas du triangle, notion de cosinus vu comme rapport de projection orthogonale et débouchant sur la trigonométrie – et donnait du sens à la notion de projection. Pour ces trois programmes, la figure prototypique à laquelle son énoncé était associé était la suivante :

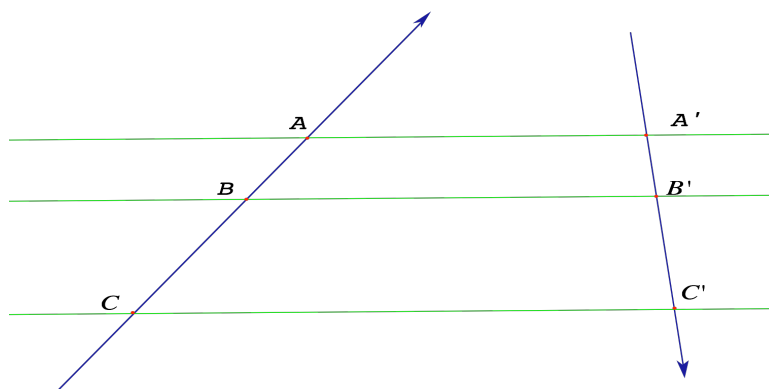


figure 1

⁷ Ces programmes sont très différents en ce qui concerne l'objet mathématique auquel on s'intéresse ici ; cela résulte d'un phénomène classique de transposition didactique. Le programme de 1971, empreint du choix de rompre avec l'organisation traditionnelle de l'enseignement des mathématiques pour se tourner résolument vers « les mathématiques modernes », a durablement perturbé un système qui avait acquis un certain équilibre depuis le début des années 1940. Tout au moins pour la géométrie qui ne fut plus guère considérée, lors de sa transposition didactique pour la réforme des mathématiques modernes, que comme découlant de structures algébriques premières : des groupes, ceux des isométries et des similitudes, opèrent sur un ensemble pour générer la géométrie affine euclidienne enseignée dans le secondaire, selon l'idée exposée à la fin du XIX^e siècle par F. Klein dans son *Programme d'Erlangen*.

Cette figure suggère davantage une projection de la droite (AB) sur la droite $(A'B')$ parallèlement à la droite (AA') qu'un agrandissement ou une réduction, parce que le point d'intersection des sécantes n'est pas représenté. De son côté, le programme de 1985, entré en application en 1989 en 3^e, ne permettait plus l'établissement des liens antérieurs entre le théorème de Thalès enseigné en 3^e et le théorème de Pythagore et le cosinus, car ces derniers étaient quant à eux enseignés en 4^e. La restriction du théorème de Thalès au seul cas du triangle aboutissait à la figure prototypique suivante :

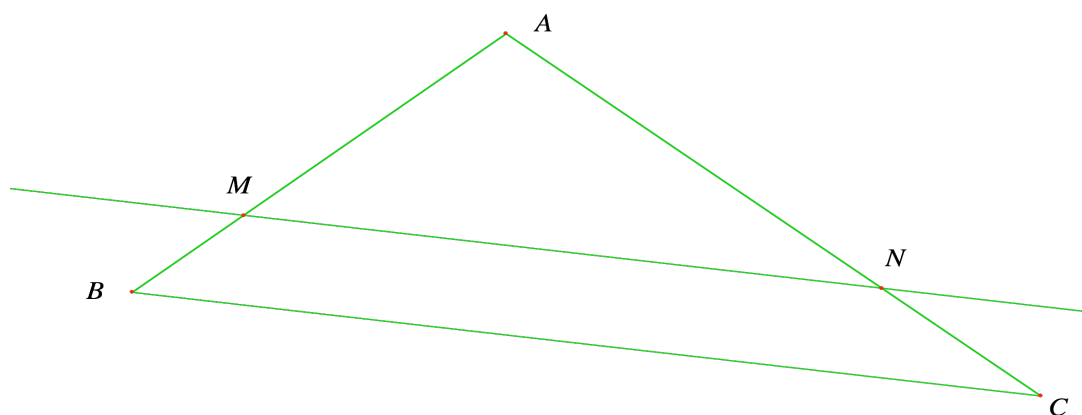


figure 2

dans laquelle on peut voir avant tout une réduction du triangle ABC en le triangle AMN , ou encore un agrandissement du triangle AMN en un triangle ABC ; la projection du côté $[AB]$ sur le côté $[AC]$ parallèlement à la droite (BC) semblant plus difficile à percevoir puisqu'à la figure, qui la suggère peu, s'ajoutait l'absence de l'enseignement de la notion de projection dans ce programme⁸. La notion d'ostensif, développée dans la thèse de Marianna Bosch soutenue en 1994⁹, n'était pas encore disponible pour le travail sur le théorème de Thalès

⁸ Par ailleurs, le programme associe le théorème de Thalès aux agrandissements et réductions et la notion de projection n'est plus enseignée depuis la mise en œuvre de ce programme.

⁹ *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*, 1994, Thèse de doctorat, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelone. Les ostensifs sont des objets ayant une réalité matérielle, sensible. Ils peuvent être de nature graphique, scripturale, gestuelle, sonore, etc., et permettent de s'engager dans la pratique mathématique car elle est « conditionnée par les instruments matériels, visuels, sonores et tactiles qu'elle met en jeu » (Bosch & Chevallard, 1999). Ces instruments perceptibles ont reçu le nom d'*ostensifs* dans la mesure où « ils se donnent à voir ». Ils jouent tout à la fois le rôle d'outils pour le développement du travail mathématique, mais aussi évoquent les concepts mathématiques auxquels ils se rapportent et qui permettent le contrôle de l'activité. Dans ce sens, ils possèdent une double valence : instrumentale et sémiotique. Les concepts, notions, idées, etc., propres aux mathématiques et que les ostensifs évoquent, sont, en opposition, qualifiés de non-ostensifs.

mené un an auparavant, mais déjà pointait l'idée, en étroite relation avec le rappel mémoriel, que l'évocation ou l'observation de la figure associée à la dynamique temporelle propre à l'institution scolaire, induisait un type de rapport au savoir différencié d'un programme à l'autre. Ce travail de 1993 pointait le fait que la distension des liens d'avec d'autres objets de savoir, identifiée dans le programme de 1985, faisait jouer à ce théorème un rôle différent quant à l'apprentissage et l'enseignement à venir que celui qui lui était auparavant dévolu. Au sein de la dynamique temporelle, le théorème n'apparaissait plus, tant aux yeux des élèves qu'à ceux du professeur qui recherche des points d'appui pour son enseignement, comme un savoir mathématique de référence organisant, à partir d'une déduction logique, des pans entiers du programme de géométrie ; donc comme un moteur du temps didactique, réalisant une certaine chronogénèse. Par contre, la figure 2 qui lui est associée dans le programme de 1985 et jusque dans les programmes actuellement en vigueur au Collège, évoque plutôt une situation mathématique de référence à partir de laquelle, du côté des élèves, des techniques peuvent être mises en œuvre et, du point de vue du professeur, des savoirs nouveaux, comme l'homothétie, peuvent être amenés. L'exemple de ces deux programmes et des figures propres au théorème de Thalès qui s'y rapportent nous serviront de fil directeur durant cette partie de la note de synthèse.

Une première question, sans doute davantage perceptible en géométrie, consistait donc à s'interroger sur le rôle de la figure, en tant qu'ostensif, dans le rappel mémoriel ; tant pour ce qui concerne le théorème qu'elle évoque que pour la technique en découlant et à mettre en œuvre afin d'accomplir un des types de tâches dévolues aux élèves : calculer une longueur. Autrement dit, quel lien existe-t-il entre la figure et le rappel mémoriel qui guidera le travail mathématique à accomplir ?

2. Limites des travaux de psychologie expérimentale portant sur la mémoire dans leur rapport avec l'activité mathématique

La psychologie de la mémoire, notamment à travers les travaux fondateurs de Alan Baddeley (1990 pour l'édition anglaise, 1992 pour l'édition française), propose, à partir de travaux antérieurs sur la mémoire à court terme, une modélisation de la mémoire de travail¹⁰.

¹⁰ La notion de « mémoire de travail » apparaît, parmi les multiples qualificatifs associés au substantif « mémoire », la plus proche de celle que l'on tente de cerner ici. Gaonac'h D et Larigauderie P, dans *Mémoire et fonctionnement cognitif, la mémoire de travail*, Armand Colin, Paris, (2000), en donne la définition suivante :

Baddeley remet en question l'idée selon laquelle la mémoire à court terme serait unitaire, et lui substitue le « modèle de mémoire de travail à composantes multiples » (pages 80 à 132)¹¹. Baddeley expose dans son ouvrage une partie des études réalisées à partir de doubles tâches demandées à des sujets. Les exemples donnés concernent le plus souvent des séries de chiffres à mémoriser, tandis qu'une autre tâche cognitive est demandée. Baddeley tient compte de la longueur de la série des chiffres – le temps de récupération s'accroît en effet avec la longueur de la série dont l'empan ne dépasse pas 6, la mémoire à court terme ne pouvant retenir que 6 à 7 micro informations –, mais ne tient pas compte de la nature, mathématique dans ce cas, de ce qu'il est demandé de mémoriser.

En cela il m'apparaît que l'on atteint la limite de validité, et de transposition à d'autres domaines des sciences humaines, des résultats obtenus à partir des études menées en laboratoire, selon le mode de travail propre à la psychologie expérimentale. Dans ces études, l'objet à mémoriser semble doté d'une certaine neutralité qui le rend non questionnable, décontextualisé, alors que les apprentissages sociaux mémorisés, notamment scolaires, portent sur des objets relevant de savoirs d'une complexité bien plus grande que la suite des dix chiffres. Ces savoirs sont, à l'Ecole, présentés en contexte, ce qui permet de leur donner du sens, puis sont décontextualisés afin de pouvoir être utilisés. Les processus de mémorisation propres à des savoirs – notamment ceux relatifs à l'étude des mathématiques – se déroulent donc le plus souvent dans des groupes, et non de manière solitaire en laboratoire. On voit par là que les résultats issus des recherches en psychologie de la mémoire sont à interroger, et à tout le moins tenir sous une vigilance critique, lorsqu'il s'agit de les utiliser pour étudier la mémoire relative à ce que Johsua (1998) a qualifié de « savoirs hautement techniques » – ceux rencontrés à l'Ecole, au sein des groupes sociaux que sont les classes –, et non pas étudier la mémoire d'un individu seul dans un laboratoire. Enfin, si l'on considère que le concept de « mémoire de travail » réfère, comme certains le disent, à une mémoire à court terme puisque dans l'action, il faut se demander comment est pris en compte le rappel de connaissances relevant d'une mémoire à long terme – chiffres, lettres, lecture, ordre par

« L'expression " mémoire de travail " se réfère à un système de mémoire hypothétique ou à des processus de mémorisation hypothétiques, spécialisés dans la mémorisation d'informations lorsque celles-ci jouent un rôle dans une tâche plus ou moins complexe dont la finalité principale n'est pas la mémorisation de ces informations (résolution de problème, langage, planification d'actions...) » p. 7.

¹¹ La démonstration est faite en demandant d'effectuer une double tâche par les sujets. Par exemple, on leur demande de se souvenir de suites de nombres de 1 à 6 chiffres tout en leur faisant effectuer une autre tâche : reconnaître en les discriminant des phrases qui correspondent à l'ordre BA des lettres (par exemple « B n'est pas précédé par A »). Le temps de réponse augmente avec la longueur de la série de chiffres à restituer, mais le nombre d'erreurs reste stable, autour de 5 %.

exemple – dans ces tests expérimentaux qui, nécessairement, s'appuient sur ces objets connus de longue date.

Une autre branche de la psychologie de la mémoire, celle qui travaille dans le cadre de la théorie ACT (pour *Adaptive Control of Thought*) d'Anderson, intègre la dernière critique qui vient d'être adressée aux travaux de Baddeley. Dans ce modèle, un « processeur cyclique » exploite une mémoire à long terme qui contient les « règles de production », c'est-à-dire les conditions qui doivent être remplies pour exécuter l'action et la reconnaissance des résultats de l'action, et une mémoire de travail qui contient une représentation de l'état courant du système sur lequel porte l'action. Cette modélisation s'articule autour de trois composantes : une mémoire à long terme déclarative qui correspond à un réseau de concepts interconnectés, une mémoire à long terme procédurale en tant que stock d'actions potentielles sous forme de « règles de production », une mémoire de travail permettant une représentation de l'état du monde de l'action et qui fait le lien entre mémoires procédurale et déclarative.

Ce modèle semble plus élaboré que celui de Baddeley, mais mon attention a été attirée sur un exemple voulant montrer le rôle de la charge en mémoire de travail sur des performances cognitives ; il nous informe en effet bien peu sur l'activité mathématique et le fonctionnement mémoriel pour ce qui concerne la mise en œuvre de techniques complexes¹². Ainsi, Anderson, Reder et Labierre (1996) ont noté que les erreurs liées à la transposition d'un terme d'un membre à l'autre, dans une équation, sont plus fréquentes lorsqu'on demande de résoudre l'équation $x + \frac{6}{5} = \frac{9}{4}$, plutôt que l'équation $x + 6 = 9$. Ils expliquent ce phénomène par le fait que la charge en mémoire de travail est plus coûteuse dans un travail qui fait intervenir des fractions plutôt que des entiers. Les professeurs, dans leur majorité, le savent de manière empirique : plus la complexité de l'écriture ostensive s'accroît, plus les risques d'erreurs s'accroissent aussi, parce qu'on va « oublier » une partie de l'écriture (sur cet exemple, transposer 6 et non pas $\frac{6}{5}$). C'est d'ailleurs pour cela que les exercices dans lesquels interviennent des facteurs liés à la complexité des écritures ostensives sont généralement donnés de manière progressive par les professeurs, et que des techniques de contrôle par vérification de l'équation avec le nombre trouvé sont généralement enseignées et demandées aux élèves durant le premier abord du thème des équations. Mais on peut aussi s'interroger à

¹² L'exemple est donné par Gaonac'h et Larigauderie (2000), page 119.

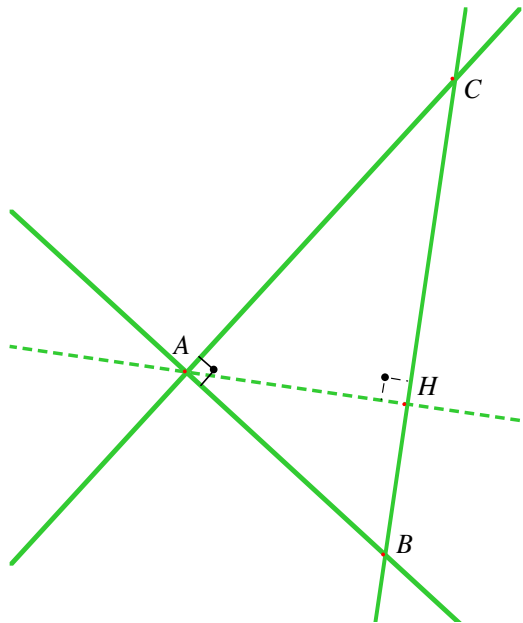
propos d'autres raisons qui ne relèvent plus de l'action immédiate (transposer une fraction) mais de l'anticipation de l'action à venir : une fois le terme $\frac{6}{5}$ transposé dans le membre de droite de l'équation, il est en effet plus complexe de calculer la différence $\frac{9}{4} - \frac{6}{5} = \frac{21}{20}$ que la différence $9 - 6 = 3$ résultant de la transposition de 6. Sur cet exemple, l'ostensif $\frac{6}{5}$ importe certes avec lui une écriture moins simple que l'ostensif 6, mais il importe aussi ce qu'on en fera ; dans ce cas l'anticipation d'une action d'un degré de technicité plus élevé. A travers cet exemple apparaît une dimension mémorielle nouvelle qui ne peut guère être appréhendée que depuis les mathématiques, car non plus seulement relative à la complexité ostensive de l'écriture mais plutôt à la complexité de la technique mathématique vers laquelle elle engage. Ce type de réflexions m'a poussé à ancrer davantage l'étude menée sur la mémoire dans la discipline elle-même ; c'est-à-dire dans les mathématiques, puisque mon travail a porté sur ce savoir.

Quoi qu'il en soit, revenant aux expériences menées depuis la psychologie sous le paradigme de la double tâche, Baddeley a pu proposer un modèle de la mémoire de travail. A un « administrateur central » chargé du contrôle de l'attention, sont asservis deux systèmes esclaves qui stockent les informations : « la boucle phonologique » pour les informations verbales, et « le calepin visuo-spatial » pour les informations visuelles et spatiales. Comme l'indiquent Gaonac'h et Larigauderie (2000), Baddeley a peu étudié l'administrateur central, jugeant cette étude trop difficile ; il est désormais objet de recherches en neuropsychologie. Il est facile de relever que les deux systèmes esclaves de « l'administrateur central » identifiés par Baddeley renvoient à deux des cinq sens, la vue et l'ouïe, grâce auxquels nous recevons des informations qui se traduisent en perceptions. On peut se demander ce qu'il en est des autres sens, et si leur absence du modèle ne relève pas du fait qu'il a été élaboré à partir de tests mémoriels ne les mobilisant pas de manière aussi évidente que les deux qui ont été pris en compte.

A contrario, pour accomplir une activité mathématique, une autre propriété physiologique doit généralement être convoquée ; elle relève de la capacité à accomplir des gestes de manière réglée. Il ne s'agit pas de mécanismes gestuels automatisés, comme la marche, la mastication, le pédalage, mais plutôt d'une gestuelle raisonnée qui demande une mise en œuvre et un

contrôle conscients lors de leur exécution. Ainsi en est-il des mouvements de la main – et sans doute aussi des yeux qui les accompagnent, bien que ce trait ne soit quasiment jamais évoqué –, lors de la réalisation de certaines tâches mathématiques (*cf.* Matheron & Salin, 2002) **[Document 2]**. Par exemple, les algorithmes de calcul nécessitent des mouvements réglés de la main ; la chose est évidente si l'on pense aux algorithmes calculatoires qui ont existé au cours de l'histoire (bouliers, jetons), mais elle apparaît curieusement oubliée pour ceux des algorithmes, devenus majoritairement utilisés, qui reposent sur une écriture. Dans cette catégorie peuvent être rangés les algorithmes de calcul des quatre opérations, dont la mise en œuvre nécessite l'apprentissage et le souvenir d'une gestuelle particulière¹³. Mais il existe bien d'autres exemples en mathématiques : le calcul du produit de deux matrices, d'un déterminant, d'un produit vectoriel, le calcul d'une dérivée, etc. D'autres tâches mathématiques nécessitent quant à elles l'apprentissage et le remémoration d'une « gestuelle de la vue » que ne semble pouvoir prendre en compte l'idée de calepin visuo-spatial développée à partir d'expériences où la dimension visuelle ou spatiale était relative à des objets ou mouvements simples (torche lumineuse, pendule, signaux visuels, comparaison de deux figures, rotation, etc.) Comme une telle « gestuelle de la vue » échappe généralement à l'observateur, celui-ci a tendance à dire, selon le langage courant et faute de mieux, que ceux qui la mettent en œuvre possèdent une « bonne intuition mathématique ». Alors qu'ils ne font que reconnaître, dans la situation sous contrat qui leur est présentée, des traits qui leur en font remémorer d'autres : en géométrie par exemple, reconnaître et discriminer une sous-figure que l'on va extraire d'une figure donnée ou, au contraire, travailler dans une sur-figure pour établir des résultats sur la sous-figure. C'est le cas ci-dessous où il faut utiliser à la fois la sur-figure du triangle rectangle ABC et la sous-figure du triangle rectangle AHC pour démontrer que l'angle \hat{CAH} est égal à l'angle \hat{B} .

¹³ La nécessité de la mémorisation d'une gestuelle appropriée peut être facilement mise à nouveau en évidence pour chacun d'entre nous à travers l'apprentissage ou le réapprentissage d'algorithmes qui n'ont aujourd'hui plus cours dans le cursus scolaire : extraction de racines carrées, calcul à partir de tables de logarithmes décimaux par exemple.



Reconnaître « la forme » d'une écriture algébrique afin de la transformer adéquatement, par exemple factoriser a dans l'expression $ax^2 + bx + c$ pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, mais factoriser ax^2 pour calculer les limites en $+\infty$ ou $-\infty$ du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$, reconnaître « la forme » d'une intégrale afin de pouvoir utiliser la méthode d'intégration appropriée, etc., constituent d'autres exemples.

3. Spécificité de la mémoire utilisée au cours de l'activité mathématique et découlant de la spécificité des mathématiques : un exemple

Il est tentant d'identifier les ostensifs graphiques, comme les figures de géométrie, à des objets qui relèvent d'un traitement par le calepin visuo-spatial. Revenons à l'exemple des figures 1 et 2 issu de l'étude de 1993 et retravaillé ici :

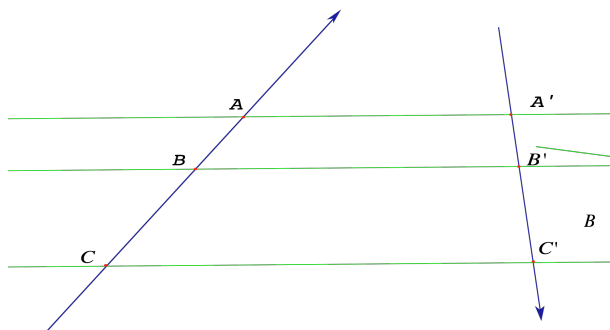


Figure 1

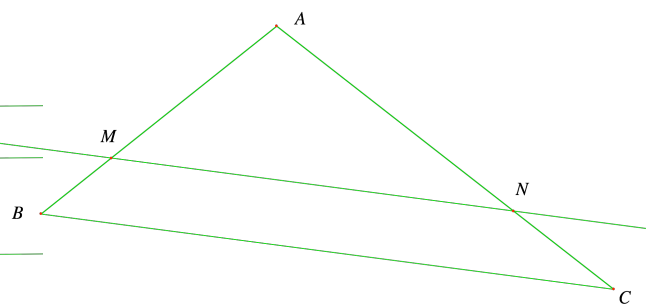


Figure 2

Sans doute l'appréhension de ces figures et le travail mathématique à partir d'elles font-ils appel à la vision, mais il y a plus : ces figures en tant que telles n'induisent des rappels

mémoriels que pour ceux qui savent ou qui apprennent quelles tâches elles évoquent, et quels gestes sont nécessaires pour s'engager dans les techniques mathématiques permettant de les accomplir. R. Noirfalise (1993) a pu montrer que des tâches mathématiques simples relevant de la classe de 6^e, telles que le constat que deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles, n'évoquent rien pour une personne adulte qui ignore tout de la géométrie élémentaire ; jusqu'à ne pas comprendre que les lettres d et d' désignent des droites.

En fait, la vision des figures de géométrie, et donc de divers types d'ostensifs, induit ce que l'institution des classes de mathématiques fréquentées par ceux qui les ont rencontrées attend d'eux. En ce sens, on peut rapprocher la présentation des figures 1 et 2 du déclenchement de souvenirs relatifs à une mémoire pour un travail mathématique chez certains sujets. Une telle mémoire permet l'engagement dans un travail et le contrôle plus ou moins heureux des étapes de la technique mise en œuvre, selon l'effectivité de l'apprentissage.

Ainsi par exemple, à partir de la position des figures 1 et 2, la lecture convenable des points se fera-t-elle traditionnellement selon le sens de l'écriture, c'est-à-dire de gauche à droite, ou encore de haut en bas selon le sens traditionnel d'une projection, afin d'identifier quel point d'une droite est l'homologue d'un point de l'autre ; cette identification étant cruciale pour écrire convenablement les rapports égaux sans commettre d'erreur. Pour la figure 1, il sera aussi nécessaire de veiller à l'ordre d'écriture des points car les rapports ne porteront pas sur des mesures de longueurs – donc sur des nombres positifs –, comme c'est le cas dans la figure 2, mais sur des mesures algébriques qui peuvent être négatives. La figure 2 appelle, quant à elle, l'écriture du rapport des longueurs des côtés portés par les parallèles ($\frac{MN}{BC}$), ce qui n'est pas généralement demandé pour la figure 1, puisque seule la figure 2 peut aussi être vue comme un agrandissement ou une réduction d'un triangle et donc des côtés homologues $[MN]$ et $[BC]$.

Enfin, la détermination des rapports égaux pour leur écriture convenable s'accompagne le plus souvent, notamment pour les élèves qui l'apprennent, et comme cela a été indiqué dans le paragraphe précédent à propos d'algorithmes, de gestes de la main qui peuvent être marqués à l'aide d'un crayon pour contrôler la mise en œuvre convenable de la technique, en désignant le segment considéré. Ils sont parfois indiqués par des symboles de couleurs distinctes dans les manuels scolaires (des sortes d'accolades ou d'arcs de cercle). Ces gestes ne sont plus, par

la suite, généralement visibles lorsqu'ils ont été appris : ils sont alors intériorisés. Mais, comme entrevu dans le paragraphe précédent, il serait intéressant de mettre en place un dispositif qui suivrait le mouvement des yeux de celui qui se livre à cette activité afin de les retrouver sous une autre forme.

Au « calepin visuo-spatial » décrit par Baddeley, en tant que dispositif stockant l'information visuelle et spatiale, il semble désormais nécessaire d'adjoindre, après cette reprise et extension d'une analyse ancienne, au moins deux éléments supplémentaires. Ceci afin de rendre compte du rappel mémoriel propre à une mémoire dite de travail, dans un type d'activités sociales d'une complexité beaucoup plus grande que ce que les tests traditionnellement utilisés en psychologie de la mémoire demandent. Interviennent en effet, sur ce seul exemple, le rappel d'un assujettissement antérieur à une institution qui attend de la personne l'accomplissement d'un travail relativement normé, et le rappel de certains gestes antérieurement appris ; le terme de « geste » étant pris dans son sens courant, c'est-à-dire de nature kinesthésique, dans la mesure où certaines parties du corps doivent être convenablement activées pour pouvoir mener à bien le travail. Pour ce qui concerne l'étude de la mémoire dans une activité aussi peu triviale que l'activité mathématique, le modèle de Baddeley semble devoir être complexifié en tenant compte de la nature sociale des phénomènes mnésiques qu'elle convoque. En effet, sur ce seul exemple, on peut voir que les traces graphiques (figures), associées à l'activité, n'évoquent des rappels mémoriels que pour ceux qui se sont soumis à la fréquentation d'institutions qui les leur ont fait rencontrer. Les gestes rappelés pour mener à bien cette activité sont, eux aussi, de nature sociale car appris au sein d'une institution porteuse de l'intention de les enseigner.

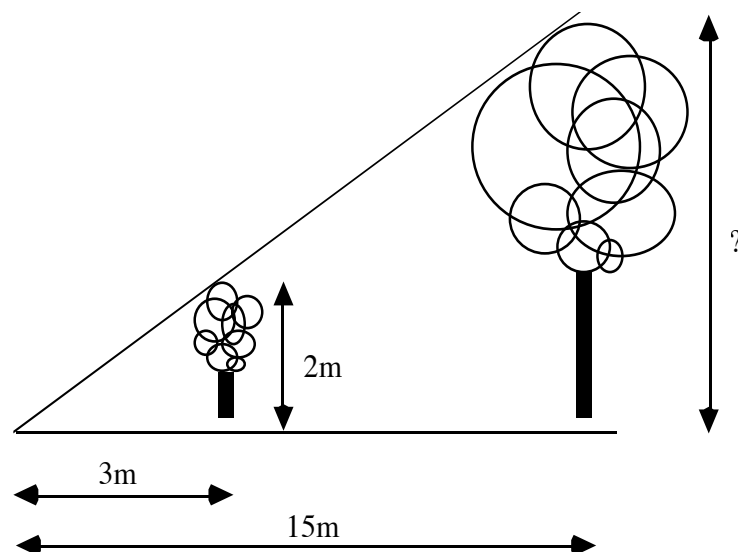
Il est donc nécessaire, pour toute étude de la mémoire requise dans une activité mathématique, de « sortir du laboratoire », de tenir compte de l'institution dans laquelle se déroule ou est apprise l'activité, de faire une analyse du savoir mathématique didactiquement transposé, de complexifier les modèles issus de la psychologie expérimentale ou d'utiliser d'autres cadres théoriques. Le choix qui a été fait dans mon travail, puis dans celui de thèse d'Andrea Araya qui s'appuie sur lui, consiste à partir des outils fournis par la théorie didactique, à ne se servir d'éléments venus d'autres champs des sciences humaines que lorsque la théorie didactique est insuffisante ; dans ce dernier cas, il est nécessaire de contrôler l'adéquation des outils importés à la spécificité de l'objet étudié et, éventuellement, de les modifier pour les adapter. La mémoire est une fonction qui se spécifie de manière particulière chez l'Homme ; ce fait est

pris comme un donné dans lequel interviennent des éléments de nature sociale. Les études que j'ai menées sur la mémoire pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à travers la pratique des activités qui en relèvent, ne questionnent pas les fondements biologiques ou psychologiques de la mémoire (Matheron, 2010) [document 3]. Elles interrogent les mathématiques du point de vue des outils contenant une mémoire et permettant de réaliser un certain nombre d'activités propres à ce que la société a désigné comme relevant de ce savoir. Elles s'intéressent aux conditions et techniques sociales qui permettent et usent de la création de phénomènes mémoriels relatifs à ces pratiques, et à l'impact des pratiques et des conditions sous lesquelles elles se déroulent sur la mémoire des personnes, relative à leur engagement dans ces pratiques.

4. Le rôle du contrat didactique dans le rappel mémoriel, la nature sociale de ce rappel

Les premières études que j'ai menées sur la mémoire didactique en mathématiques, en confirmant la nature sociale de la mémoire propre à ce type d'activités, ont mis en évidence ce qu'on pourrait désigner comme une attribution de souvenirs ou d'oublis par une personne, ou une institution, à une autre personne ou à un groupe de personnes.

Dans la deuxième enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques, au début des années 1980, un item désigné par les promoteurs de l'enquête comme voulant tester la connaissance du concept de similitude, était proposé à des élèves de 13 à 14 ans. Comme c'est souvent le cas dans ce type d'enquêtes, il est difficile d'accorder les items aux programmes effectivement enseignés d'un pays à l'autre lorsque l'on prend l'âge des élèves pour seul critère de la passation. Aussi, cet item a-t-il été passé par des élèves français de 4^e avant que le savoir enseigné pour sa résolution, le théorème de Thalès, leur ait été enseigné : il relevait à cette époque du programme du 3^e. En 1982 – 1983, le problème était donc le suivant :



Le dessin ci-dessus montre comment Pierre utilise le petit arbre pour trouver la hauteur du grand. Quelle hauteur va-t-il trouver ?

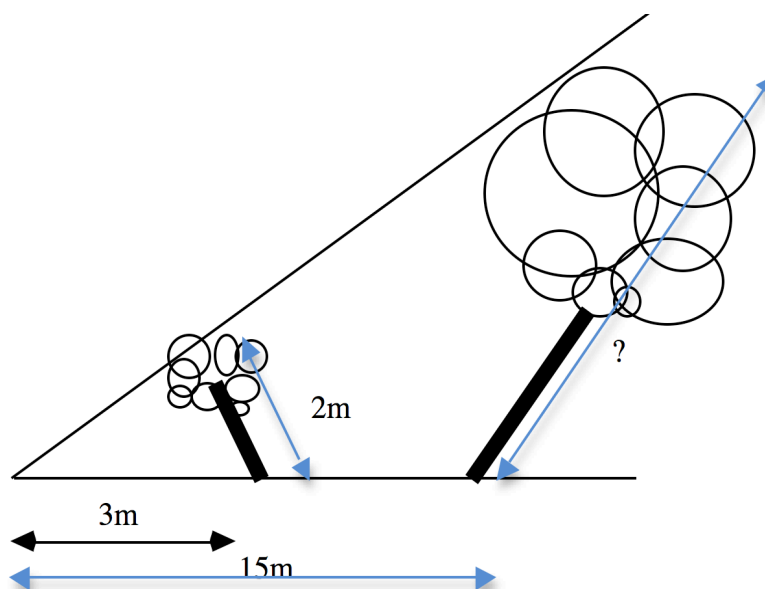
A 10 mètres B 12 mètres C 14 mètres D 17 mètres E 20 mètres

Sur les 27 élèves testés en 1982 – 1983, 25 trouvent la réponse exacte : 10 m. J’ai repris l’expérience en 1993 – 1994, avec 64 élèves de 4^e à qui le théorème de Thalès n’est toujours pas enseigné puisque étant au programme 3^e, en faisant passer 8 problèmes comparables, mais en variant l’habillage ou l’orientation de la figure. 70 % des élèves donnent la réponse exacte. Les résultats des élèves français ayant passé l’item en 1982 – 1983, avant enseignement du théorème de Thalès, étaient les suivants : en pré-test, 42 % de bonnes réponses, 34 % de mauvaises et 24 % de non-réponses, tandis qu’en post-test ils devenaient respectivement 55 %, 29 % et 16 %.

Pour expliquer cette réussite inattendue, on aurait pu évoquer les connaissances antérieures des élèves, non nécessairement reconnues institutionnellement, notamment la connaissance de la similitude : connaissances sociales (les photos et les panneaux publicitaires sont, par exemple, des occasions de fréquenter des phénomènes liés à la similitude) ou scolaires (échelles, reproduction sur feuille de papier d’une figure dessinée au tableau, etc.) D’un point de vue institutionnel, c’est-à-dire de celui qui ne raisonne que depuis l’ordre chronologique des programmes, cet apprentissage ne peut être perçu ou reconnu. Une telle explication présuppose que la réminiscence de cette connaissance passe par l’activation du registre visuel, le « calepin visuo-spatial » de Baddeley, permettant à des souvenirs anciens, relatifs sur cet exemple à des situations de similitude, d’être réactivés pour répondre à un problème donné. Se

contenter de cette explication était malheureusement trop simple pour être juste.

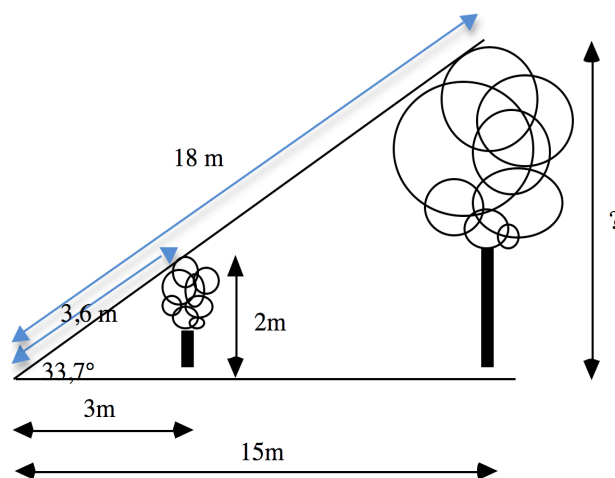
En effet, j'ai proposé d'autres problèmes à d'autres élèves ; du même type que les précédents, mais où les droites représentées par les arbres n'étaient plus parallèles. Dans ce cas, le théorème de Thalès ne peut s'appliquer, et la figure n'évoque plus une similitude. Bien qu'il soit difficile de trouver des professeurs qui acceptent de proposer des problèmes dont les données et la question posée conduisent volontairement leurs élèves à des réponses que l'on sait par avance fausses, 9 élèves ont été trouvés pour s'y confronter. Le théorème de Thalès n'a pas été enseigné. On fournit les mêmes données 2 m, 3 m et 15 m, et on pose la même question aux élèves.



Sur les 9 élèves testés, 7 donnent la réponse 10 m, erronée dans ce cas, en utilisant un raisonnement proportionnel, ce que montrait ma thèse pages 161 à 170. On peut conclure que ce n'est pas la figure qui appelle le souvenir de la proportionnalité, mais le problème qui induit une technique associée à la proportionnalité. Ou encore, que pour ces élèves de 4^e (âgés de 13 à 14 ans), avant enseignement du théorème de Thalès, lorsqu'on donne trois nombres dans un problème et que l'on demande la recherche d'un quatrième, celui-ci s'obtient pas le calcul d'une « quatrième proportionnelle » ; la réponse étant éventuellement guidée par la plausibilité du résultat (un grand arbre ne saurait avoir une taille inférieure à celle d'un arbre plus petit). L'explication du phénomène tient dans le fait que joue alors, de manière prédominante, une clause relative au contrat didactique. Dans ce cas, certains des éléments du contrat didactique sont, parmi d'autres, les suivants (Chevallard, 1988a) : tout problème a une

solution, celle-ci peut être trouvée grâce à l'utilisation d'une technique connue qui engage tous les nombres de l'énoncé¹⁴.

La conclusion qui vient d'être énoncée a été vérifiée en faisant passer des problèmes dans lesquels les arbres sont parallèles, mais où l'énoncé contient des informations surabondantes : angle, distance entre les sommets des deux arbres, etc. Les élèves peuvent donc utiliser la proportionnalité et la figure évoque, comme les autres, une situation de similitude. La figure est accompagnée non pas de la donnée de trois nombres mais de six, permettant tous de se lancer dans divers calculs menant au résultat exact 10 m.



Sur dix élèves passant le problème, seulement trois parviennent à trouver la réponse exacte. La surabondance d'informations empêche le recours à l'une des clauses du contrat qui veut que toutes soient utilisées pour résoudre un problème. Ce résultat confirme qu'en situation scolaire, chez des élèves soumis à l'observation de certaines clauses du contrat didactique, ne s'expriment que certaines formes de souvenirs utiles à la résolution de problèmes, ou encore un certain type de mémoire pour le travail mathématique, que j'ai appelé « mémoire pratique », et que celle-ci n'est mise en œuvre que sous des formes variables pour un même type de problèmes. Ces variations ne dépendent donc pas exclusivement du calepin visuo-spatial, mais des conditions sous lesquelles s'exprime le respect de certaines clauses relatives au contrat didactique. L'attribution de mémoire, de souvenirs ou d'oublis, dépend donc de la situation à laquelle sont confrontés les sujets dans une institution, et elle est aussi le fait de

¹⁴ Dans cette note de synthèse ne sont pas rappelés les travaux portant sur le contrat didactique, initiés dès les débuts des recherches en didactique des mathématiques par Guy Brousseau, et dont une partie des résultats se trouvent consignés dans sa thèse d'Etat (1986) et son ouvrage *Théorie des situations didactiques* (1998). Ils ont été développés au cours des années 1980 par de nombreux didacticiens de diverses disciplines. Citons, en complément et dans l'ordre chronologique, ceux de Schubauer-Leoni (1986), Chevallard (1988a), Mercier (1992), Johsua et Dupin (1993), Sarrazy (1995).

l'institution. Dira-t-elle en effet que les élèves connaissent, donc se souviennent, des mathématiques nécessaires pour résoudre ce type de problèmes, alors que ce ne sont pas les mathématiques mais la situation sous contrat qui évoque des techniques à utiliser ? Un tel phénomène d'attribution par l'institution des classes, à travers la voix du professeur, de souvenirs et d'oublis relatifs aux mathématiques ou aux situations mathématiques a été plusieurs fois retrouvé dans les études que j'ai menées sur la mémoire. J'ai désigné cette mémoire sous le nom de « mémoire ostensive » car, d'une certaine manière, elle se donne à voir ou à entendre (Matheron, 2002) [Document 4].

II. Changer d'orientation pour étudier la mémoire didactique : la sociologie de la mémoire

Au cours de mon travail, s'est naturellement posée la question de la définition de la mémoire ; bien que la possibilité d'une définition n'implique pas nécessairement sa fonctionnalité pour les recherches déjà menées ou à venir. Si certains ouvrages qui en traitent se dispensent de définir le terme de mémoire, le considérant comme un allant de soi, d'autres discriminent soigneusement les diverses formes de son expression : à court ou long terme, verbale, sémantique, auditive, imagée, de travail, déclarative, procédurale, épisodique, etc. La littérature fournit de nombreuses définitions selon cette déclinaison. Depuis la psychologie, elle est fréquemment considérée comme une fonction qui permet de capter, coder, stocker, « restituer de l'information contenue dans un message en l'absence de celui-ci ou de reconnaître cette information parmi d'autres messages » comme l'écrit Alain Lieury (1986)¹⁵.

Cette fonction est le plus souvent prise comme objet de recherche relevant de l'étude du sujet psychologique ou épistémique. Or, s'il est évident que le présupposé de l'existence d'une telle fonction mémorielle, considérée dans sa spécificité physiologique propre aux Hommes, est incontournable, les quelques extraits de travaux qui viennent d'être exposés indiquent la nécessité de ne pas s'y restreindre. Une dimension externe, liée aux situations sociales – dans ce cas liée aux situations didactiques –, et non exclusivement aux situations matérielles, doit être prise en compte sous peine, comme cela me semble avoir été démontré, de réduire l'étude de la mémoire à celle d'individus considérés isolés. Les résultats précédemment exposés infirment le point de vue qui ne voudrait étudier la mémoire que de sujets singuliers,

¹⁵ A. Baddeley, quant à lui, écrit : « La mémoire humaine est un système permettant le stockage et la récupération de l'information, laquelle information est naturellement transmise par nos sens. »

puisque'ils sont suffisamment réguliers pour les envisager comme plutôt systématiques, au-delà de différences individuelles qui, évidemment, s'expriment, mais sans remettre en cause leur caractère convergent.

1. Les outils venus de la sociologie de la mémoire

L'entrée par la sociologie de la mémoire, dont le fondateur est Maurice Halbwachs, permet de choisir une voie différente de celle qui considère comme prépondérant le travail sur l'individu singulier pour l'appréhension des phénomènes mémoriels ; c'est la voie prise dès ma thèse et suivie depuis.

Quelques-unes des thèses d'Halbwachs sur la mémoire (1925, 1950) consistent à affirmer que le passé ne reparaît pas comme tel, qu'il ne se conserve pas, mais qu'on le reconstruit en partant du présent, souvent pour répondre aux besoins auxquels il nous confronte, parfois pour fournir des réponses aux questions qui nous sont posées par les groupes sociaux auxquels on appartient, que l'on y soit réellement plongé ou qu'ils soient seulement évoqués bien qu'absents. Par ailleurs, les souvenirs sont rappelés « du dehors », à partir de cadres sociaux, faits de significations particulières issues d'une expérience sociale. Ces cadres contiennent les éléments qui permettent de décrypter la situation, de l'identifier, de retrouver les souvenirs qui permettent de l'appréhender ou d'y agir. Se souvenir nécessite alors de se « replacer au point de vue des groupes auxquels nous avons appartenu ».

L'exemple des problèmes mobilisant, au regard de l'institution, des savoirs non encore enseignés sur le théorème de Thalès, est alors plus facilement interprétable depuis le « point de vue des groupes auxquels ces élèves ont appartenu ». La fréquentation de l'Ecole, plus précisément des groupes dans lesquels on enseigne, étudie, apprend des mathématiques, définit un cadre social : celui du comportement attendu, de manière souvent implicite, face à certains types de situations et aux pratiques que l'on doit y accomplir, c'est-à-dire un contrat didactique. L'interprétation des résultats obtenus à partir de la passation par les élèves de ces problèmes peut ainsi être la suivante. Ces élèves procèdent à un ajustement de leurs connaissances anciennes au problème posé, ajustement opéré à travers le prisme du contrat didactique qui filtre et sélectionne certains de leurs souvenirs afin qu'ils s'actualisent, se reconstruisent dans une organisation originale permettant de répondre à la question posée. Localement, des variations individuelles peuvent s'exprimer. Elles relèvent de séquences de la

biographie didactique des élèves (Mercier, 1998a et 1998b) et rencontrent ce que Lahire (1998) décrit dans son ouvrage *L'homme pluriel* ; une multiplicité d'assujettissements différenciés au gré du parcours des personnes – dans ce cas des élèves –, qui permettent la constitution d'un répertoire de pensées ou de puissances d'action disponibles, et s'actualisent en fonction d'indices pris au sein du contexte social nouveau dans lequel elles sont plongées¹⁶.

2. Une approche davantage tournée vers l'anthropologie de la mémoire

Bien après que mes premiers travaux sur la mémoire didactique ont eu lieu, il m'a été donné de connaître une tentative qualifiée de « sociophysiologique » par son auteur, visant à étudier les phénomènes mémoriels chez les joueurs de rugby à Samoa. Julien Clément (2008)¹⁷, qui étudie les différents types de jeu pratiqués en acte par les rugbymen, selon que le match a ou n'a pas d'enjeu, tente de conjuguer l'approche de la physiologie de la perception et de l'action d'Alain Berthoz avec la théorie de *l'habitus* de Pierre Bourdieu.

Dans des mêmes situations de jeu, les techniques utilisées par les joueurs diffèrent selon que le match est avec ou sans enjeu. Si l'on est dans un match avec enjeu, l'avancée vers le camp adverse s'appuie soit sur des défis physiques individuels qui s'expriment par des courses directes vers l'adversaire, soit par un gain de terrain à partir de longs coups de pied. Par contre, lors des rencontres sans enjeu, les joueurs utilisent davantage les passes à la main, les feintes et fausses pistes pour avancer vers le camp adverse. Ces différences techniques sont observées par Clément dans « le feu de l'action », au cours des phases dites de surnombre où les attaquants sont plus nombreux que les défenseurs dans la partie du terrain où se déroule l'action. Pour qui a pu observer un match de rugby, ce genre d'actions se déroule très rapidement. Or, les joueurs discriminent en acte entre les deux techniques, selon que le match est ou non avec enjeu. Clément conclut que « la situation sociale du jeu provoque des

¹⁶ Parmi les 45 élèves sur 64 qui trouvent la réponse exacte aux problèmes posés relatifs à la hauteur de l'arbre, 47 % recourent à un opérateur multiplicatif, 8 % environ utilisent le cosinus, tandis que les autres citent ou ne citent pas la proportionnalité et répondent correctement sans expliciter leur calcul. D'autres encore, 6 parmi les 64 élèves, déclarent reconnaître dans ces problèmes une situation relevant de la proportionnalité ou de l'usage du cosinus, mais se trompent ensuite dans la détermination de la réponse.

¹⁷ *La mémoire, outil et objet de connaissance*, sous la direction de David Meulemans, Aux forges de Vulcain, Paris, 2008. Le chapitre mentionné est intitulé « La mémoire corporelle et l'action. L'enjeu fait le geste : la mobilisation de la mémoire corporelle dans l'action, entre sciences cognitives et sciences sociales », pages 49 à 68.

modifications au niveau de la sélection des configurations par l'hippocampe. La situation sociale influence le fonctionnement neurophysiologique. »

Cette tentative permet d'entrevoir de nouvelles clés pour une interprétation alliant la perception, c'est-à-dire l'interprétation par le cerveau d'un stimulus sensoriel, et les présupposés issus de l'incorporation d'*habitus* sociaux par la personne, se constituant en système de dispositions autorisant et donnant sa forme à la perception. Ainsi n'y aurait-il plus à distinguer la reconnaissance de la situation et la réponse apportée ; cette distinction ne valant guère que pour un observateur extérieur¹⁸. Suivant l'approche d'Alain Berthoz, le cerveau utilise les expériences du passé comme répertoire, en évaluant la situation présentée à partir de ce qu'il connaît. Du côté de la théorie de l'*habitus*, Bourdieu (1980) note que « les stimuli n'existent pas pour la pratique dans leur vérité objective de déclencheurs conditionnels et conventionnels, n'agissant que sous condition de rencontrer des agents conditionnés à les reconnaître. L'*habitus* ne peut produire la réponse [...] que pour autant qu'il confère à la situation son efficacité de déclencheur en la constituant selon ses principes, c'est-à-dire en la faisant exister comme une question pertinente par rapport à la manière d'interroger la réalité. » On comprend dès lors pourquoi Berthoz s'autorise à affirmer que « le cerveau sert à prédire le futur » car il est toujours en état d'anticipation, même s'il peut se tromper sur l'interprétation de la situation.

On comprend encore les différences qui s'expriment chez les élèves, pour ce qui concerne la technique à mettre en œuvre dans les problèmes du type de l'arbre dont il faut calculer la hauteur. Elles correspondent à des couples (situation, *habitus*) du même type et « prédisant le futur », c'est-à-dire l'action à engager, qui représentent à la fois la perception de la situation selon la position sociale d'élève à qui elle apparaît comme une question, et les potentiels d'action depuis cette position¹⁹. Dans l'exemple de la hauteur de l'arbre à calculer, l'*habitus*

¹⁸ C'est, dit d'une autre manière, ce que relevait Gérard Namer, à qui l'on doit la réédition des deux ouvrages majeurs de Maurice Halbwachs sur la mémoire, *Les cadres sociaux de la mémoire* et *La mémoire collective*, dans un chapitre d'un ouvrage collectif intitulé *Maurice Halbwachs. Espaces, mémoires et psychologie collective*, sous la direction de Yves Déloye et Claudine Haroche, Publications de la Sorbonne, 2004. G. Namer note, à propos des *Cadres sociaux de la mémoire*, qu'Halbwachs y nourrit une polémique « de toute une vie » avec Bergson. Dans cette opposition à *Matière et mémoire*, il souligne que « Tout le livre est centré sur le fait que c'est la notion, la réalité ambivalente entre le concept et la sensation qui constitue l'essentiel des cadres sociaux de mémoire et du fonctionnement, tant de la mémoire individuelle que de la mémoire collective. [...] L'antithèse d'Halbwachs, c'est l'unité mnémonique (c'est-à-dire la mémoire sociale à la fois individuelle et collective). » p. 109.

¹⁹ On retrouve en ce point l'interprétation que je donnais de l'expérience de Anderson, Reder et Labierre, dans laquelle les sujets éprouvaient davantage de difficultés pour la résolution d'une équation avec fractions que d'une équation du même type, mais sans fractions, uniquement avec des entiers. L'ostensif « fraction » permet une anticipation d'un calcul à venir d'une plus grande complexité que l'ostensif « nombre entier ».

intervient dans la reconnaissance d'une situation de proportionnalité pour un problème où, trois nombres étant donnés, il faut calculer un quatrième. Les différences inter-individuelles s'expriment lorsqu'il s'agit ensuite de se confronter aux couples (proportionnalité, *habitus* relatifs aux techniques sur la proportionnalité) dans la mesure où existent plusieurs techniques différentes pour lesquelles l'institution garantit que l'engagement convenable permet de trouver le résultat correct attendu. Les élèves ne peuvent donc « lire la situation » face à laquelle ils sont placés qu'à travers le prisme des *habitus* : c'est-à-dire des contrats didactiques pour ce qui concerne des personnes en position d'élèves, dans lesquels ils ont été engagés.

On rejoint en ce point ce que relevait Marcel Mauss dans le célèbre passage où il décrit la nécessité d'étudier « l'homme total ». Pour Mauss, « [...] ces faits sont des faits “ totaux ” que je crois qu'il faut étudier. La considération du psychique ou mieux du psycho-organique ne suffit pas ici, même pour décrire le complexe entier. Il y faut la considération du social. Inversement, la seule étude de ce fragment de notre vie qui est notre vie en société ne suffit pas. »²⁰ Il s'agit donc de considérer ensemble les liens entre psychologie, biologie et sociologie²¹. Le thème de la mémoire se trouve sans nul doute à l'intersection de ces trois disciplines. Les deux premières l'ont grandement exploré, même si leur champ de recherche est loin d'être épuisé pour ce qui concerne cet objet d'étude. La sociologie l'a ébauché mais, à la suite d'Halbwachs, peu de travaux l'ont repris à bras le corps si l'on excepte ceux de G. Namer, d'Anne Muxel ou de Joël Candau. D'autres travaux de sociologues l'ont rencontré sans pour autant en faire un objet central de recherche : c'est le cas des travaux, parmi les plus connus, de P. Bourdieu, M. Douglas, B. Lahire par exemple. L'un des objets du travail de cette note de synthèse est une tentative pour commencer d'étudier d'un point de vue social, les systèmes didactiques étant considérés comme des organisations sociales, la mémoire intervenant dans le cadre des relations didactiques ; celles-ci portant pour l'instant essentiellement sur l'étude des mathématiques scolaires.

Le programme de Mauss est ambitieux et le cloisonnement académique n'autorise guère la construction de passerelles entre les trois disciplines évoquées par Karsenty ; aussi peut-être est-ce l'une des raisons pour laquelle le point de vue relevant de la troisième, la sociologie, a

²⁰ M. Mauss, *Sociologie et anthropologie*, PUF, Paris, (1950 – 1997), p. 329.

²¹ On se réfère ici à l'ouvrage de Bruno Karsenty *L'homme total. Sociologie, anthropologie et philosophie chez Marcel Mauss*, PUF, Paris, 1997 et notamment à son chapitre « La synthèse anthropologique » pp. 99-129.

été historiquement minoré dans les travaux portant sur la mémoire. Pourtant l'entrée par l'étude des groupes sociaux est fructueuse dès lors que l'on considère comme sociaux les apprentissages des mathématiques, ainsi que d'autres savoirs, parce qu'ils sont pour la plupart d'entre eux, par nature,... sociaux ! L'ignorance ou la tenue à l'écart du social sont d'autant plus surprenantes que ces apprentissages ont lieu, en grande partie, au sein de classes regroupant généralement entre 20 et 40 élèves, elles-mêmes regroupées dans des écoles !²² Aussi, une fois posée l'existence d'une fonction biologique autorisant chez l'Homme l'aptitude au souvenir et à l'oubli, l'étude de la mémoire didactique que j'ai menée a pris pour entrée principale la dimension sociale des phénomènes mnésiques ; les phénomènes individuels non pathologiques qui en relèvent étant, pour cette entrée, considérés seconds.

III. Retour au didactique

1. La notion d'organisation praxéologique

A partir de 1995, avec le développement de la Théorie Anthropologique du Didactique, est apparue, dans le champ de la recherche en didactique, la notion d'organisation praxéologique²³.

Celle-ci repose sur le postulat énonçant que toute activité humaine, telle qu'on l'accomplit dans une institution, peut se laisser décrire sous la forme d'une *praxis* associée à un *logos*. Autrement dit, à un savoir-faire constitué de tâches d'un même type (ouvrir une fenêtre par

²² Considérer les phénomènes didactiques produits à l'intérieur des classes du système scolaire comme sociaux ou anthropologiques est le point de vue dans lequel se situent toutes les théorisations du didactique. On retrouve en cela le point de vue de Durkheim dans *L'évolution pédagogique en France*, pour qui « Une classe, en effet, est une petite société, et il ne faut pas la conduire comme si elle n'était qu'une simple agglomération de sujets indépendants les uns des autres. » Ainsi Sensevy (2007) peut-il écrire : « Considérer la classe, comme nous tentons de le faire (cf. notamment Sensevy, 1998), comme une institution (Douglas, 1999), en tant que machine à produire des catégories cognitives, affectives, et perceptives, et donc un certain *style de pensée* (Fleck, 1934 – 2005), incitera à concevoir que les professeurs, assujettis à plusieurs institutions, trouvent dans celles-ci d'autres catégories d'action que celles produites par et dans le fonctionnement habituel de la classe. » (p. 37). On retrouve aussi, dans la dernière partie de cette phrase, une inspiration qui anime désormais les travaux de sociologues comme B. Lahire, notamment dans son ouvrage *La culture des individus. Dissonances culturelles et distinction de soi* (2004).

²³ Le terme de « praxéologie » est apparu pour la première fois sous la plume de Louis Bourdeau en 1882 dans un ouvrage intitulé *Théorie des sciences*. Alfred Espinas lui a donné le sens plus précis de théorie de l'action humaine vers 1890 dans un article intitulé *Les origines de la technologie*. Il a ensuite été utilisé en économie par Ludwig Von Mises dans un ouvrage paru en 1949, puis par Jean Piaget dans *Epistémologie des sciences de l'homme* en 1970. La notion de « praxéologie » transcende le dualisme stérile entre action et pensée, pratique et théorique, manuel et intellectuel, etc., que véhicule souvent la *doxa*, mais aussi parfois quelques élaborations consignées dans des essais.

exemple) et d'une ou des techniques qui permettent de les accomplir, est généralement associé un discours propre à l'institution, tenu selon la position qu'on y occupe, qui justifie et explique que c'est effectivement la bonne manière d'accomplir les tâches de ce type, dans cette institution. Ce discours a pris logiquement, en suivant son étymologie, le nom de technologie. Il permet aussi de produire des techniques. Si l'on prend l'exemple du type de tâches « ouvrir une fenêtre », le discours technologique associé portera sur le système de fermeture de la fenêtre – ce qu'on appelle, dans ce cas particulier précisément, « sa technologie » – et son articulation autour des gonds qui la soutiennent, sur la manière de tenir la poignée, etc. Il peut aussi consister à affirmer, sans plus de façon, que l'on ouvre la fenêtre de cette manière, parce qu'ainsi elle est effectivement ouverte, ou à dire que c'est ainsi parce qu'on a toujours ouvert la fenêtre de cette manière ! Il n'y a donc pas à rechercher forcément une rationalité scientifique derrière le terme de technologie. Cette technologie s'appuie à son tour sur un autre « discours » (*logos*), en tant que technologie de la technologie, et appelé théorie. Celle-ci remplit les mêmes fonctions envers la technologie que celles remplies par la technologie envers la technique. Pour poursuivre avec l'exemple de l'ouverture d'une fenêtre, les éléments théoriques seraient, dans une optique scientifique, à rechercher par exemple dans la mécanique classique, la biomécanique, l'ergonomie, etc. L'ensemble constitué d'un type de tâches, d'une technique pour l'accomplir, d'une technologie et d'une théorie, porte le nom de praxéologie ponctuelle, parce qu'elle est constituée autour d'un seul type de tâches. Yves Chevallard l'a notée à l'aide du symbolisme suivant : $(T, \tau, \theta, \Theta)$ où T désigne le type de tâches, τ la technique, θ la technologie et Θ la théorie. Ce symbolisme est utile lorsque l'on a à désigner et travailler sur des agrégats de praxéologies ponctuelles qui, suivant un processus de complexification croissante, deviennent respectivement des praxéologies locales organisées autour d'un élément technologique θ , régionales lorsqu'elles sont organisées autour d'un élément théorique Θ , puis globales autour de plusieurs éléments théoriques Θ_i .

En de nombreuses institutions, les organisations praxéologiques que l'on rencontre sont souvent incomplètes car leur manquent généralement des éléments technologico-théoriques (θ, Θ). La raison tient au fait qu'il n'est généralement pas nécessaire de les connaître quand un savoir-faire suffit pour réaliser une tâche : c'est le cas de l'exemple de l'ouverture de la fenêtre. La manière de s'engager dans la technique varie sans doute d'une personne à l'autre, selon l'adaptation de son corps à l'*habitus* en vigueur, mais l'institution reconnaît celles qui relèvent de la technique attendue, déterminées souvent de manière implicite par le contrat en

usage sur les « bonnes manières » de faire. Ainsi existe-t-il sans doute plusieurs manières de manger avec une fourchette, qu'on la tienne avec la main droite ou gauche, avec deux ou trois doigts, en l'inclinant plus ou moins, en rapprochant ou non la bouche pour accompagner le mouvement de la fourchette ; néanmoins toutes ses adaptations relèvent de ce que l'institution concernée – des convives au restaurant, des amis ou des parents attablés, etc. – reconnaît comme relevant de la technique qui convient pour manger avec une fourchette.

On voit par là que le terme de « technique » ne doit pas être considéré selon le point de vue qui l'appréhende comme une manière de faire figée par une institution donnée, à la manière dont agit « un technicien » dans une usine, en suivant une gamme d'assemblage d'un téléviseur ou la mise en place d'une pièce dans une chaîne de fabrication d'automobiles. Au contraire, il faut l'entendre depuis son étymologie grecque qui la rapporte à un art ; qui plus est, un art manuel. On suit en cela le sens qui lui est donné en anthropologie, notamment par Leroi-Gourhan (1965), et à propos duquel Flichy (2003) note : « La réflexion de Leroi-Gourhan sur le geste et l'outil s'intègre dans sa vision de la technique » (p. 77). Le geste contient évidemment une dimension sociale, mais en tant que « phénomène social total », totalise une somme dont les termes relèvent aussi du biologique et du psychique. Flichy note le dépassement qu'opère Leroi-Gourhan dans la querelle qu'il considère vaine et qui agite le milieu des ethnologues : « l'évolution technique relève-t-elle d'inventions concomitantes ou d'emprunts successifs ? » La technique ne compte, écrit-il, « que par son utilisation » ; ce qui tranche la polémique. Enfin, rejoignant l'idée de variations interpersonnelles inscrites dans le cadre d'une reconnaissance sociale relativement à la technique, Flichy relève : « L'objet technique²⁴ se construit à travers des négociations qui font suite à des controverses et débouchent sur la résolution de problèmes. Ces opérations sont effectuées par des groupes sociaux de concepteurs et d'usagers. » (p. 88). Dans les phases durant lesquelles les élèves ont « à inventer » des outils et des « gestes » nouveaux, c'est-à-dire des moyens pour les activer, afin de résoudre des problèmes, ils procèdent à la fois par emprunt en adaptant des techniques anciennes pour une invention « technique » nouvelle, inédite dans la « petite tribu » que constitue la classe et qui ne vaudra temporairement, avant une institutionnalisation qui signe son adéquation au savoir attendu, « que par son utilisation » reconnue comme efficace par le groupe. Le point concernant la dialectique entre invention et emprunt en situation didactique sera développé dans la dernière partie de cette note de synthèse.

²⁴ J'étends personnellement ce terme à « la technique »

Revenant à la description du modèle praxéologique, que la mise en œuvre du savoir-faire à mobiliser devienne problématique, par exemple parce que la fenêtre est bloquée ou que le modèle de fenêtre a changé et avec lui son système d'ouverture, et la technique antérieurement mise en œuvre sera nécessairement interrogée si on souhaite effectivement accomplir la tâche devenue problématique. La levée de cette problématique nouvelle nécessite, le plus souvent, la recherche et l'étude de ce qui peut la faire disparaître. Un tel travail engage vers la recherche d'éléments technologiques expliquant l'absence de fonctionnement de la technique jusqu'alors routinière, et produisant de nouveaux gestes plus ou moins techniques afin de rendre la tâche réalisable. Ce faisant, la personne confrontée au problème change de position, c'est-à-dire de fonction, en passant de celle qui agit pour ouvrir une fenêtre à celle qui étudie l'ouverture d'une fenêtre. Cette personne peut, après un temps plus ou moins long « d'étude », connaître cette tâche, c'est-à-dire avoir établi un rapport jugé satisfaisant pour surmonter sa problématique (donc avoir, au minimum, mis au point une technique permettant de l'ouvrir), ou au contraire renoncer devant la difficulté et décider de changer d'institution. Par exemple, faire appel à un menuisier qui, quant à lui, est réputé connaître les éléments technologiques permettant de comprendre les raisons du blocage, et de produire à partir d'elles une technique pour y remédier, parce qu'il les a étudiés. Observant à l'œuvre le menuisier, il est possible qu'ainsi il apprenne.

Le modèle praxéologique qui vient d'être sommairement donné se revendique de portée anthropologique générale. Sans doute des études plus nombreuses, non encore menées à ce jour, pourraient valider ou infirmer partiellement ce postulat ; mais d'ores et déjà, ce modèle est d'une grande efficacité pour décrire le savoir mathématique, notamment son organisation à l'issue des processus de transposition didactique²⁵. Il peut donc servir, avec d'autres, d'outil utile à la construction de savoirs professionnels qui font actuellement défaut pour la construction d'une professionnalité enseignante. C'est la raison pour laquelle nous l'avons utilisé dans les deux tomes d'ouvrage à destination de la formation initiale et continue des professeurs des Ecoles écrits avec ma collègue Annie Noirfalise **[Document 5]**

²⁵ Y. Chevallard donne des exemples d'organisations praxéologiques telles qu'elles apparaissent à l'issue de la transposition didactique de notions de physique-chimie au programme du cycle central du Collège (5^e et 4^e). Ce texte se trouve sur son site à l'adresse : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Vers_une_didactique_de_la_codisciplinarite.pdf

2. Des exemples de schémas d'organisations mathématiques

Revenant à l'exemple de l'enseignement du théorème de Thalès qui nous sert de fil rouge, il est possible de comparer, sous l'angle des organisations mathématiques, les programmes de 1964 et ceux de 1985 ; démarche que j'avais entreprise dans un article paru en 2000 dans la revue *Petit x*. M'y pencher de nouveau pour cette note de synthèse, à quelque dix années de distance, me permet de prolonger les analyses de certains points qui n'étaient encore qu'ébauchées.

Les praxéologies des mathématiques enseignées sont rarement ponctuelles, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas organisées à partir d'un seul type de tâches. Par exemple, au Collège, l'élément technologique constitué par le théorème de Pythagore permet généralement de réaliser plusieurs types de tâches : T_1 : « calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres », T_2 : « déterminer qu'un triangle donné n'est pas rectangle », T_3 : « calculer la distance de deux points en repère orthonormé », T_4 : « déterminer si deux droites d'un repère orthonormé sont perpendiculaires », et il permet de démontrer sa propre réciproque. Le même élément technologique engendre ainsi au moins quatre praxéologies ponctuelles autour des types de tâches T_1 , T_2 , T_3 et T_4 ; les techniques institutionnellement attendues et qui leur sont associées diffèrent, et peuvent être respectivement notées τ_1 , τ_2 , τ_3 et τ_4 . Ces quatre praxéologies ponctuelles dépendant du même élément technologique θ , « théorème de Pythagore », sont agrégées autour de cet élément. On les note alors de manière unique (T_i , τ_i , θ , Θ) où i prendra, sur l'exemple précédent, les valeurs 1, 2, 3 et 4 ; on dit que l'on a ainsi une praxéologie locale. L'agrégation de praxéologies locales autour d'un même élément théorique Θ engendrant plusieurs éléments technologiques θ_j , par exemple plusieurs théorèmes, constitue une praxéologie régionale. Une nouvelle étape dans ce processus d'agrégation et l'on atteint au dernier niveau : celui des praxéologies globales.

Un tel phénomène d'agrégation est sous-tendu par une logique qui, au premier abord et en mathématiques, peut être vue comme obéissant à une organisation rationnelle du savoir. Mais à l'extérieur des mathématiques, comme cela a déjà été indiqué, ainsi qu'à l'intérieur des mathématiques transposées ou en cours de construction, cette rationalité ne repose pas toujours sur une logique exempte de contradictions, ou encore, qui peut d'elle-même s'auto-limiter. C'est sans doute le cas dans les institutions qui utilisent ce savoir parce qu'il est

nécessaire à leur activité (certaines des sciences fondamentales ou appliquées, certaines des sciences humaines, certains secteurs de l'industrie et de l'entreprise, etc.) : il obéit alors à une logique pratique et d'aide à la production d'autres savoirs. C'est aussi le cas des institutions qui ont à le transposer pour l'enseigner : cette logique est alors didactique. Ainsi, les études menées sur la transposition didactique montrent que dans la noosphère – sphère des idées sur l'Ecole, de ce qui doit y être enseigné et comment, constituée des concepteurs de programmes, d'organisations professionnelles ou de parents d'élèves, etc. –, les idées, idéologies et rapports de force jouent un rôle important dans la détermination des praxéologies mathématiques à enseigner²⁶.

Le retour qu'impose l'écriture de cette note de synthèse permet d'associer un deuxième schéma, celui de l'organisation mathématique relative à l'enseignement du théorème de Thalès dans le programme de 1985, à celui qui représentait l'organisation mathématique relative à l'enseignement du théorème de Thalès dans le programme de 1964. Dans le programme de 1964, il s'agit d'une organisation mathématique régionale organisée principalement autour d'un élément théorique ; dans celui de 1985 d'une organisation mathématique locale organisée principalement autour d'un élément technologique, donc de moins grande « ampleur ». On peut en donner des schémas qui ne prétendent pas à une parfaite exhaustivité (par exemple, dans aucun des deux n'est mentionné le corps des réels) ; tout modèle ne prend en compte qu'une partie du système qu'il vise à décrire, mais celui utilisé ici permet de représenter de manière synthétique ces types d'organisations.

Pour le programme de 1964, analysé à partir d'un manuel très utilisé et s'y rapportant, le schéma de l'organisation régionale peut être le suivant :

$$\Theta \Rightarrow \theta_1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_2 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow \theta_4 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_5 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_7 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_8 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_6$$

$$\Theta \Rightarrow \theta' \Rightarrow \theta_9 \Rightarrow \theta_{10}$$

²⁶ Un exemple est fourni par la thèse de Patricia Tavignot (1991) sur la transposition didactique de la symétrie orthogonale dans le programme de Collège de 1985.

avec Θ : « théorème de Thalès », θ_1 : « triangles homothétiques par le sommet », θ_2 : « triangles semblables », θ_3 : « $AB^2=BC.BH$ dans ABC rectangle en A », θ_4 : « théorème de Pythagore », θ_5 : « rapports trigonométriques d'un angle aigu », θ_6 : « $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ », θ_7 : « puissance d'un point par rapport à un cercle », θ_8 : « rapports des aires de deux triangles semblables », θ' : « points homologues sur deux sécantes », θ_9 : « $y = ax$ est une droite », θ_{10} : « $y = ax + b$ est une droite »

On pourra aussi remarquer, si l'on se réfère au programme officiel, que Θ , établi dans la partie 1 de la géométrie plane, organise les parties 2 (triangles semblables), 3 (relations métriques, trigonométrie), 4 (puissance d'un point), et intervient dans 6 (aires) de ce même paragraphe « géométrie plane ». Il détermine, dans la partie 4 du paragraphe « algèbre », la nature des représentations graphiques de fonctions affines. Il apparaît enfin dans des exercices relatifs au parallélisme de droites et de plans du paragraphe « géométrie dans l'espace ».

Un schéma construit pour cette note, relatif au programme de 1985 et dans lequel le théorème de Thalès n'apparaissant plus comme élément théorique, mais seulement comme élément technologique, et noté θ , peut être le suivant :

$\theta \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{cases}$

où τ_1 est la technique associée au type de tâches T_1 : « calculer des longueurs dans des triangles en situation de Thalès », τ_2 est la technique associée au type de tâches T_2 : « construire un segment de longueur $\frac{a}{b}$ fois la longueur d'un segment donné », et τ_3 la technique associée au type de tâches T_3 : « déterminer un coefficient d'agrandissement ou de réduction d'aire ou de volume ».

3. De l'organisation mathématique à l'organisation mémorielle

Le contraste est grand entre ces deux schémas, tant pour ce qui concerne leur complexité, très limitée dans le cas du programme de 1985, que pour ce qui concerne les éléments des

organisations mathématiques engendrées par le théorème de Thalès : des éléments technologiques pour lesquels, faute de place, on n'a pas mentionné les techniques qu'ils engendrent dans le cas du programme de 1964 et, pour le programme de 1985, des techniques associées à trois types de tâches. Remarquons que les types de tâches T_1 , T_2 et T_3 du programme de 1985 étaient évidemment enseignés dans le programme de 1964.

On sait la proximité existant entre le concept d'organisation et les modèles de la mémoire, notamment en psychologie. Citons simplement, et une fois de plus, Alan Baddeley (1993)²⁷, reprenant divers travaux menés sur le sujet dans les années 1950 à 1980 : « la démonstration de l'importance de l'organisation dans l'apprentissage humain constitue l'une des avancées majeures des années 60. [...] Ceci est cependant désormais presque universellement admis. Pour cette raison, je me contenterai simplement ici d'un survol à l'aide de travaux illustratifs et je porterai une plus grande attention à de récentes investigations sur le terrain, traitant de l'organisation de la mémoire, études qui trouvent cependant leur origine dans des expériences de laboratoire. » p. 198. Suivent ensuite les évocations des travaux de Jenkins et Russel (1952), de Deese (1959), Bousfield (1953), Tulving et Pearlstone (1966), etc. Parmi les exemples de recherches cités par A. Baddeley, pour lesquels l'organisation soulage la mémoire, on retrouve les exemples classiques portant sur les listes de mots, et en particulier, le cas de l'organisation de ces mots bâtie selon une logique hiérarchique : c'est l'exemple qu'il donne pour la classification des minéraux. D'autres exemples, qui ne relèvent pas d'expériences de laboratoire, sont aussi fournis : repérage à l'aide des constellations d'étoiles et de représentations spatiales des îles pour les marins des îles Puluwat du Pacifique Sud, repères visuels ou chants sacrés décrivant des itinéraires pour les Aborigènes d'Australie parcourant des distances allant jusqu'à 1600 km, dans des déserts vierges de toute présence humaine. On connaît aussi la recension historique menée par Frances Yates dans *L'art de la mémoire*, qui y expose divers procédés mnémotechniques utilisés au fil des siècles et reposant sur l'organisation, de même que, sur le même thème, l'ouvrage *Méthodes pour la mémoire* d'Alain Lieury.

Les schémas exposés précédemment sur les organisations mathématiques propres aux parties des programmes de 1964 et 1985 relatives au théorème de Thalès ne sont évidemment que des modèles, mais qui permettent de mettre à jour une organisation hiérarchique du savoir. Même

²⁷ *La mémoire humaine, théorie et pratique*, PUG, Grenoble

si elle n'est pas consciemment perçue par ceux qui les étudient ou les enseignent, ils la rencontrent à travers l'exposé ou la pratique du savoir. On conçoit néanmoins que les changements dans l'organisation mathématique du savoir à enseigner provoquent des répercussions dans l'organisation des connaissances d'un professeur qui a à l'enseigner, si l'on suppose que l'organisation de ses connaissances est un reflet, plus ou moins fidèle, de l'organisation mathématique qu'il a précédemment rencontrée, et qu'il conserve dans sa propre mémoire. Comparant ces deux schémas, le deuxième apparaît comme une très forte amputation du premier. Vu sous l'angle mémoriel, il induit ce que l'on pourrait interpréter comme un « oubli » de toute une partie organisée du savoir mathématique relatif au théorème de Thalès.

L'expérience fortuite d'un tel « oubli » avait été menée sur moi-même en tant qu'ancien élève, devenu professeur de mathématiques ayant à enseigner des organisations mathématiques différentes, mais étiquetées de la même manière ; ces fluctuations provoquant un phénomène de refoulement public, en tant que professeur face à sa classe, ou personnel, en préparant son cours, de souvenirs relatifs au savoir mathématique. Qui plus est, au cours de la période bourbakiste des années 1970, la reconstruction des mathématiques que ce courant proposait, notamment à travers l'insistance mise sur les structures, débouchait sur une organisation « englobant » les mathématiques classiques antérieurement enseignées. Le domaine de la géométrie euclidienne classique, celle dans laquelle prend place le théorème de Thalès, n'était plus guère vu que comme conséquence du fait que les groupe des isométries et similitudes opéraient sur un espace affine²⁸. L'organisation bourbakiste des mathématiques contenait celle des mathématiques classiques. Il en était de même pour les programmes dits des mathématiques modernes qui ne prenaient même plus la peine d'aborder l'étude de la géométrie classique, dite « synthétique ». Le programme de 1985, inscrit dans un moment de débats sur l'Ecole (les 80 % d'une classe d'âge au Baccalauréat) qui a débouché sur ce que d'aucuns ont pu qualifier de Contre-Réforme pour les mathématiques – la Réforme étant celle des « mathématiques modernes » –, a brisé à la fois l'organisation classique exposée ci-dessus pour le programme de 1964, et l'organisation « moderne » de la réforme de 1970.

²⁸ C'est par exemple en suivant cette orientation que Jean Frenkel introduisait à son ouvrage *Géométrie pour l'élève-professeur*, Hermann, 1973.

IV. Ouverture d'un champ de recherches sur la mémoire didactique

1. Auto-analyse et analyse de certaines des dimensions mémorielles des enseignants

Des lignes qui précèdent apparaît en filigrane une forme d'auto-analyse relative à la mémoire d'objets très particuliers que j'ai pu rencontrer. Les éléments d'une telle auto-analyse possèdent quelques traits : reconstruction après-coup générée par la rédaction de cette note de synthèse, et reconstruction menée à partir des seules organisations mathématiques. Ce dernier élément gomme le fait que les organisations mathématiques évoquées n'ont pas été uniquement rencontrées à travers programmes ou manuels, mais ont été soumises à l'étude personnelle ; étude menée tant dans les institutions didactiques conçues à cet effet, que de manière privée pour des institutions fréquentées selon des places différemment occupées : celles d'élève, puis de professeur. La prise en compte des interactions sociales dans lesquelles est prise la personne, et à partir desquelles se constituent des dimensions de la personne, est une nécessité pour l'analyse, mais je n'ai guère pu y accéder pour mon propre cas qu'à travers une sorte de méthode clinique appliquée à soi-même. Elle ne porte pas sur « une psychologie concrète visant l'homme total en situation », pour reprendre la formule due à Daniel Lagache (1945)²⁹ à propos de la psychologie clinique, mais n'est qu'une tentative partielle d'auto-analyse d'un travail de mémoire portant sur un objet singulier, loin des situations dont est issu le souvenir³⁰.

Elargir au-delà de son cas personnel un travail portant sur les phénomènes de mémoire, de souvenirs et d'oublis propres aux professeurs de mathématiques relativement au savoir qu'ils ont appris et qu'ils enseignent supposerait, à tout le moins, de recourir à une méthodologie de type clinique appliquée à des professeurs voulant bien s'y soumettre. Nonobstant l'intérêt immédiat de telles recherches, il serait pour le moins nécessaire de disposer de sujets volontaires ; or, on sait la difficulté première que le chercheur doit surmonter pour obtenir des professeurs l'autorisation de pénétrer dans cette partie de l'intimité didactique que constitue la classe dans laquelle ils enseignent.

²⁹ *La méthode clinique en psychologie humaine*, in Œuvres Complètes, vol. 1, p. 420, citation tirée de l'ouvrage *Psychologie clinique et Psychopathologie*, éd. coordonnée par R. Samacher, Bréal, 2^e édition, 2005.

³⁰ Dans le même ouvrage *Psychologie clinique et Psychopathologie*, on trouve une courte autobiographie de Didier Anzieu dans laquelle on apprend que D. Lagache lui avait fourni son sujet de thèse portant sur *l'auto-analyse* de Sigmund Freud.

Le réseau des professeurs constitué désormais par le projet AMPERES³¹ sur lequel je reviendrai vers la fin de cette note de synthèse, permet de disposer d'enseignants suffisamment impliqués dans le travail didactique pour espérer mener à bien de telles recherches auprès d'eux. Elles pourraient tout à la fois porter sur les effets mémoriels relatifs aux savoirs soumis aux transpositions didactiques issues des programmes, et sur les savoirs qu'enseignent les productions d'AMPERES qui se démarquent des formes ordinaires de l'enseignement secondaire. Dans le premier cas, et comme on l'a vu sur l'exemple du théorème de Thalès, il s'agirait d'étudier les effets des différents types d'organisations mathématiques relatives au même objet, mais selon des transpositions didactiques différentes. Dans le second cas, il s'agirait d'y adjoindre les effets mémoriels relatifs à la particularité didactique propre aux productions d'AMPERES. La dynamique de l'étude n'est pas portée, comme c'est le cas dans l'ordinaire de l'enseignement, par la succession des activités amenées par le professeur, mais par la recherche collective et coopérative d'éléments de réponses à des questions amenées par le professeur. C'est donc une chronogénèse du savoir qui ne repose plus exclusivement sur l'arrivée de savoirs nouveaux dans la classe, amenés par l'enseignant, mais sur l'arrivée de questions nouvelles d'où émerge le savoir ; soit que ces questions sont amenées par le professeur, soit qu'elles s'imposent rationnellement, comme nécessaires pour la poursuite du traitement de la question initiale qui a enclenché l'étude. A l'encodage mémoriel provoqué par l'organisation mathématique (un théorème en implique un autre au sein d'une organisation rationnelle du savoir), se surajoute l'encodage provoqué par la logique et la dynamique des questions et des sous-questions que la recherche engendre. Autrement dit, l'encodage mémoriel pour le professeur ne provient plus uniquement de l'organisation du savoir et de son exposition auprès des élèves, mais de l'organisation du savoir telle qu'elle résulte de sa construction, en partie dévolue aux élèves, comme réponse à des questions premières ou en découlant. Rechercher s'il en est de même pour les élèves, au sein d'un tel type d'enseignement dans lequel le savoir mathématique apparaît comme réponse à des nécessités résultant d'une enquête en grande partie dévolue aux élèves, mais restant dirigée par un professeur, est un champ d'étude nouveau qu'autorisent la construction et l'analyse de ce type d'enseignement.

³¹ L'acronyme est celui d'Apprentissages Mathématiques et Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire, devenu (Conception et Diffusion) d'Activités Mathématiques et Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire. Ce projet regroupe neuf équipes académiques et environ 70 à 80 professeurs autour de la réalisation de propositions d'enseignement visant à engager les élèves dans une dynamique d'étude par la recherche.

2. Une question et ses contours à l'origine d'un champ de recherche sur la mémoire

A la suite de ma thèse, il ne m'a pas été permis d'aller plus avant dans la voie qui vient d'être évoquée ; tant pour ce qui concerne la mémoire personnelle des professeurs dans un enseignement ordinaire, que pour celle des professeurs et des élèves engagés dans l'étude et la direction d'étude au sein d'une dynamique enclenchée par l'enquête sur une question. Mon travail s'est développé sur le thème de la mémoire didactique – c'est-à-dire celle qui est relative aux systèmes didactiques –, non sur celui de la mémoire personnelle des professeurs ; bien que l'impulsion de départ vienne de là et que la mémoire de l'individu singulier qui occupe la position de professeur joue un rôle dans la mémoire didactique de la classe qu'il dirige. Mon travail constitue une tentative, inachevée à ce jour, de constructions de bribes de réponses à la vaste question : « Comment le souvenir et l'oubli interviennent-ils dans l'étude d'un savoir, en prenant pour exemple le savoir mathématique ? » Cette interrogation inaugure le premier chapitre de mon livre sur la mémoire didactique *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique* (2010). La formulation de la question doit être regardée comme résultant d'un choix volontairement large compte tenu de son objet, plutôt que motivée par l'importation d'un flou qu'on aurait pu lui reprocher. Il s'agit, on l'aura noté, non de la mémoire vue comme objet éclairé par la biologie sous l'aspect des neuro-sciences en particulier, ou la psychologie, mais de son « intervention » à travers ses manifestations fondamentales constituées des phénomènes de souvenir et d'oubli, une fois posée le fait que chacun possède des capacités non pathologiques pour provoquer ou empêcher la remémoration.

Les raisons d'une telle formulation associant souvenirs et oublis dans l'étude d'un savoir sont multiples. La première tient à la définition même de la mémoire qui induit immédiatement une question : quelle définition prendre comme point de référence d'un travail de recherche parmi la multitude des définitions fournies par la multiplicité des champs scientifiques qui s'y intéressent ? Choisir serait déjà présupposer qu'une seule puisse s'appliquer à un substantif après lequel, le plus souvent, est placé un épithète qui le caractérise : « déclarative », « explicite », « épisodique », « immédiate », « sémantique », « collective », etc. Une recension non exhaustive des définitions a été faite dans ma thèse et dans mon ouvrage sur la mémoire didactique afin de montrer, dans un premier temps, l'inanité d'une telle quête de « bonne définition » ; la vanité de l'engagement dans une telle recherche était déjà soulevée dans l'article publié dans *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21/3 en 2002.

Au moment où était déjà rédigée ma thèse, à l'automne 2000, Paul Ricœur publiait l'un de ses derniers ouvrages, consacré à la mémoire, et intitulé *La mémoire, l'histoire, l'oubli*. J'y trouvais, ainsi que dans la revue *Annales, Histoire, Sciences Sociales* de juillet-août 2000, n° 4, 55^e année, qui précédait de peu la sortie de son livre, une réponse à la question que je me posais, concernant la difficulté à établir une définition de la mémoire ; réponse exposée dans Araya A. & Matheron Y (2007) [Document 6]. Paul Ricœur inaugure son livre par deux pages au sein desquelles il indique le positionnement philosophique qu'il suivra : celui d'une phénoménologie de la mémoire structurée « autour de deux questions : de *quoi* y a-t-il souvenir ? de *qui* est la mémoire ? »³² Ce choix est repris d'une manière qui me parut plus éclairante dans l'article qu'il donna pour la revue *Annales, Histoire, Sciences Sociales* précitée. Il y écrit en effet : « Au terme d'une pesée soigneuse des arguments et des contre-arguments, je me suis rallié à la thèse de l'attribution multiple du souvenir à une diversité de personnes grammaticales. » Cette phrase définit à elle seule l'entrée de nature double qu'il m'a paru important de suivre.

Tout d'abord, et sans vouloir faire œuvre philosophique, une entrée de nature phénoménologique, dans la mesure où il s'agit d'étudier non pas ce que le terme polysémique de « mémoire » laisse entendre mais, plus précisément et dans un cadre donné, les phénomènes relatifs au souvenir et à ce qui apparaît comme son antagoniste, l'oubli ; étude qui débouche inévitablement sur une tentative de compréhension de ce qui les produit tous deux. Ensuite une entrée de nature plurielle, comme l'indique l'attribution à toutes les formes grammaticales que revendique Ricœur, dans la mesure où la personne occupe diverses positions au sein des institutions qu'elle fréquente. Comme il y a permanence de la personne, le « je » qu'elle utilise *hic et nunc* lorsqu'elle se remémore, parle en fait d'un individu du passé qu'on peut voir comme un « il » – la personne que j'étais – parmi des « nous » formant un collectif qui n'est plus – les groupes d'élèves, de professeurs, auxquels j'appartenais, appliqués à telle ou telle activité mathématique par exemple³³. A plusieurs reprises, Ricœur

³² « Ainsi, tout état de conscience en général est, en lui-même, conscience *de* quelque chose, quoi qu'il en soit de l'existence réelle de cet objet et quelque abstention que je fasse, dans l'attitude transcendantale qui est la mienne, de la position de cette existence et de tous les actes de l'attitude naturelle. » Edmund Husserl, *Méditations cartésiennes*, p. 64.

³³ P. Ricœur note, p. 734 des *Annales* précitées : « Husserl fera le pas décisif en fusionnant mémoire et conscience intime du temps : la mémoire n'est plus alors, comme l'avait anticipé John Locke, que la réflexion de soi sur soi étalée dans le temps [...] ». Et, afin d'en finir avec cette attribution dominante de la mémoire au sujet singulier : « Finalement, l'assignation exclusive de la mémoire au soi apparaît comme le fruit d'une subjectivation croissante opérée aux dépens du primat de la question du quoi du souvenir sur celle de son qui. »

explique que cette entrée phénoménologique est devenue nécessaire car « le primat longtemps donné à la question “ qui ? ” a eu pour effet négatif de conduire l’analyse des phénomènes mnémoniques dans une impasse, dès lors qu’il a fallu prendre en compte la notion de mémoire collective. »³⁴ Or, étudier la mémoire dans le cadre de situations didactiques nécessite la prise en compte de la dimension collective ; même si tous les phénomènes mémoriels ne s’y réduisent pas, ou si le collectif se limite à l’interaction entre deux ou quelques personnes. La sociologie de la mémoire inaugurée par Maurice Halbwachs constitue ainsi un incontournable.

La revue *Le débat*, n°122, publie en 2002 des articles nourrissant une discussion autour du livre *La mémoire, l’histoire, l’oubli*. Les auteurs sollicités pour une lecture critique de l’ouvrage sont des historiens – Roger Chartier, Pierre Nora, Alexandre Escudier, Krzysztof Pomian – auxquels répond Paul Ricœur. Un débat apparaît en filigrane, mais il n’est qu’effleuré : il porte sur *l’attribution* de mémoire... à « plusieurs personnes grammaticales », pour reprendre les termes utilisés par Ricœur. Roger Chartier évoque ainsi, page 5, « Le concept d’“ attribution ”, que Ricœur tient pour un concept opératoire susceptible d’établir une certaine commensurabilité entre sociologie et phénoménologie, entre Halbwachs et Husserl [...] ». La question tourne sur le fait que ce concept « cesse d’être opérant s’agissant de la distance entre ruptures historiques et constantes anthropologiques », qu’il ne répond pas au traitement « des écarts entre l’histoire et la mémoire » (p. 43) ; point sur lequel s’accordent rapidement Chartier et Ricœur. Cet accord est sans doute nécessaire aux historiens, mais il occulte une double question préalable qui ne va pas de soi et dont l’instruction est primordiale en didactique : « qui est autorisé à attribuer une mémoire, et qui reconnaît cette attribution ? » Autrement dit, la question porte sur le (les) destinataires et le (les) destinataire(s). On perçoit son importance en didactique puisqu’elle rencontre celle de l’évaluation des rapports au savoir : ses deux termes extrêmes sont constitués par la question de l’évaluation des connaissances disponibles afin d’enseigner et des connaissances attendues après enseignement. Une telle évaluation est souvent vue comme relevant du professeur, mais elle l’est tout autant de l’élève à travers des questions portant sur ce dont il faut se souvenir ou oublier pour entrer dans un apprentissage, ou encore en sortir au moment où l’enseignement se clôt par l’évaluation du rapport attendu.

³⁴ Cette citation est extraite de son ouvrage *La mémoire, l’histoire, l’oubli*, p. 3, mais on trouve une remarque similaire, p. 733 des *Annales* : « La question [celle du sujet de la mémoire] est devenue urgente depuis l’émergence du concept de mémoire collective en sociologie, comme on le sait depuis le livre fameux de Maurice Halbwachs, *La mémoire collective* [...] »

3. Vers l'étude de la mémoire didactique

L'approche didactique prend au sérieux la question qui porte sur le (les) destinataires et le (les) destinataire(s) de l'attribution de mémoire car, derrière elle, pointe une troisième instance : l'institution qui, tout à la fois, réunit destinataire et destinataire, organise leur rencontre en situation, définit un temps de ces rencontres (Chevallard 1985, Chevallard et Mercier 1987, Mercier 1992, Mercier 2008), et suscite l'établissement d'un rapport à ces situations pour chacun : destinataire et destinataire (Chevallard 1988b). La mise en œuvre de l'intentionnalité portée par l'institution, lorsqu'elle est didactique, concernant l'établissement d'un rapport aux objets qu'elle souhaite faire rencontrer, et la poursuite de son développement à travers l'évolution de ce rapport en fonction du temps qu'elle crée – celui du défilement des situations et des objets qu'elles contiennent –, nécessitent en effet des moments d'arrêt. Ce ne sont pas des époques, au sens originel du terme, dans la mesure où, précisément, le jugement n'est pas suspendu ; seule l'est l'avancée dans des situations et des objets nouveaux. Ce temps d'arrêt, qui peut être très bref, est consacré à l'évocation du rapport antérieurement établi. Il remplit une fonction essentielle : « se tourner en arrière » pour juger si, et se donner les conditions pour, pouvoir aller de l'avant. Autrement dit transformer ses connaissances anciennes en savoir actuel ; c'est-à-dire faire intervenir la faculté mémorielle afin de tenter de réactualiser d'anciens rapports au savoir dans le but d'agir dans la situation présente. L'évaluation et la remémoration permettent de remplir cette fonction au sein de tels temps d'arrêt.

Un exemple (Matheron, 2002), repris dans l'ouvrage *Mémoire et étude des mathématiques*, permet d'éclairer ce point en ce qui concerne la remémoration. En Terminale Scientifique, le professeur souhaite enseigner que la courbe représentative de l'exponentielle a pour direction asymptotique l'axe des ordonnées. Le passage ci-dessous, extrait d'une séance en classe dont l'intégralité n'est évidemment pas reproduite ici, montre la technique qu'il utilise pour cela.

« 127. P : *Vous vous rappelez* que, quand on avait étudié la fonction logarithme, on n'a pas seulement étudié la limite en $+\infty$ et la limite en 0, ensuite on a étudié la limite en $+\infty$ de $\frac{\ln x}{x}$. Alors ici, c'est pareil, on va étudier la limite en $+\infty$ de $\frac{e^x}{x}$. Vous pourriez peut-être trouver le résultat *si vous vous rappelez tout ce qu'on a dit un jour où vous m'avez posé un tas de questions sur les asymptotes obliques*. Vous m'avez

demandé comment on fait... *vous vous rappelez ?*... pour trouver une asymptote oblique quand on la donnait pas.

128. Un élève : Y a une technique

129. P : *Voilà : petit a et petit b. Je vous ai expliqué* qu'on cherchait la limite de $\frac{f(x)}{x}$; ça donnait petit a quand il y avait une asymptote oblique. Et qu'à ce moment-là, on fait $f(x) - ax$: ça donnait la constante, ça donnait l'ordonnée à l'origine. *Vous vous rappelez ?* Quand il n'y a pas d'asymptote oblique, (j'ai effacé la courbe, vous l'avez sur vos cahiers), la fonction exponentielle, quand x tend vers $+\infty$, elle monte, elle monte très vite. La fonction logarithme, elle, elle part horizontalement ; la fonction exponentielle, elle, elle part en montant. Alors le $\frac{e^x}{x}$ dans ce cas-là, va tendre vers quoi ?

130. Un élève : x

131. P : Ça donnerait... S'il y a une direction, elle monte *avec la direction de quoi ?*

132. Un élève : *D'une asymptote verticale »*

Afin de pouvoir continuer d'enseigner (la courbe de l'exponentielle dans ce cas), le professeur arrête l'avancée du temps didactique et se fait destinataire d'attribution de mémoire à la classe ; elle porte sur la détermination d'asymptotes obliques. Le contrat didactique, qui fixe les positions et les attentes de l'un et des autres – professeur et élèves – relativement au savoir, autorise l'attribution de mémoire par le professeur et son acceptation par les élèves qui en sont destinataires. Cet extrait montre encore le jeu ou, plus précisément, l'enjeu de l'échange entre professeur et élèves. Même si les élèves semblent intervenir peu (128, 130, 132), l'établissement de cette mémoire partagée, ou plutôt le processus d'apparition des phénomènes de souvenirs que dirige le professeur à partir de ses sollicitations ou de ce qu'il décide de ne pas entendre (130), en tant que processus d'attribution de mémoire à la classe, ne peut être mené à bien qu'à travers la participation des élèves à cette sorte de maïeutique. A travers leurs interventions, et du fait qu'existe un contrat didactique, les élèves qui ne s'expriment pas sont cependant « interpellés en sujets »³⁵, ou encore « sont institués sujets » dotés de la mémoire de certains des souvenirs évoqués au cours de l'interaction entre le professeur et ceux des élèves qui s'expriment publiquement ; c'est-à-dire qui s'expriment afin d'être entendus de tous, et non pas exclusivement du professeur.

³⁵ Selon la formule d'Althusser dans *Positions*

De ma thèse est issue une proposition de modèle pour la mémoire didactique en mathématiques. Elle est bâtie autour de trois catégories : mémoire pratique, mémoire ostensive et mémoire propre au savoir (voir Matheron 2002 **[Document 4]**). La mémoire pratique est celle dont se sert une personne engagée dans une activité mathématique. La mémoire ostensive est celle qui est « donnée à voir » dans une institution particulière. Enfin, le savoir, par son écriture, par les liens qu'il entretient avec d'autres objets mathématiques, par ce qu'il permet ou non d'accomplir, porte en lui la mémoire des choix, multiséculaires pour certains d'entre eux, faits par les communautés de mathématiciens qui l'ont produit ou transposé. L'article de 2002 précité montrait l'articulation de ces trois formes de mémoire avec la notion de rapport aux objets, notamment aux objets de savoir :

« La mémoire du savoir est celle du rapport institutionnel, qui définit ce que l'on peut faire avec le savoir dans l'institution qui l'a vu naître : c'est d'abord l'institution de production en laquelle le savoir continue de porter les traces de sa naissance, sinon celles de sa gestation ; ce sont ensuite les institutions didactiques en lesquelles il est transposé et où une genèse artificielle prédit un rapport institutionnel qui se réalise parfois dans des formes absolument imprévues. La mémoire ostensive du savoir fait partie de celle du rapport officiel : c'est la dimension qui se montre durant le temps de l'étude. Enfin la mémoire pratique est celle du rapport personnel, celle que la personne mobilise dans son activité mathématique. »

Mais alors que la didactique n'avait étudié que la statique des rapports aux objets de savoir, je faisais remarquer que « le concept de mémoire apporte une dimension supplémentaire au concept de rapport au savoir, parce qu'il l'inscrit dans une temporalité, donc dans l'histoire de sa constitution et dans la biographie de sa construction. » C'était, de la sorte, signifier l'entrée dans un programme de recherches se donnant pour ambition l'articulation de deux notions jusqu'alors travaillées séparément, les notions de temps didactique et de rapport au savoir ; ce dernier terme, polysémique en sciences humaines, étant pris dans le sens plus spécifique que lui attribue Chevallard (1989, 2007). Les lignes qui suivent exposent quelques points d'étape d'un parcours à poursuivre, au cours duquel j'ai tenté l'analyse des fragments de la construction ou de la déconstruction temporelle des rapports aux objets de savoir ; que ces fragments soient de nature mathématique ou qu'ils soient relatifs à la pratique enseignante depuis la position de professeur, chevronné ou novice, de mathématiques le plus souvent, mais parfois d'autres disciplines.

V. Synthèse et pistes de développement à partir des questions abordées dans ce chapitre

La question de la mémoire, bien que centrale dans les processus d'apprentissage, n'a pourtant guère été traitée pour ce qui concerne le domaine de l'étude scolaire des savoirs³⁶. Sans doute ce manque peut-il être en grande partie imputé à la jeunesse des champs de recherche qui font porter leur objet sur l'enseignement et l'apprentissage de savoirs, et dans lesquels apparaissent au premier rang les didactiques ; une quarantaine d'années pour la didactique des mathématiques. Des disciplines comme la psychologie ou la biologie, au sein de laquelle les neurosciences connaissent un essor important ces dernières années, ont traité de la mémoire et engrangé des résultats relatifs à l'observation et la compréhension de son fonctionnement, normal ou pathologique ; mais d'un point de vue tourné avant tout vers le sujet, dans ses dimensions psychologique ou biologique, ... ce qu'on ne saurait leur reprocher.

En psychologie, c'est le cas de la partie de cette discipline qui étudie les fonctions cognitives supérieures, et en biologie de celle qui porte sur les mécanismes d'activation et d'interaction des réseaux neuronaux. On ne peut tenir une position anthropologique dans ce domaine si l'on évacue le fait qu'une des particularités humaines tient à ce que la mémoire humaine est aussi externe (Leroi-Gourhan, 1964), déposée dans des œuvres ou portée par des groupes. Or, d'une part ces deux dernières dimensions apparaissent de manière prédominante dans l'apprentissage d'un savoir ; celui-ci est en effet constitué d'une ou plusieurs œuvres, selon des assemblages reposant sur des organisations à la consistance et l'articulation plus ou moins fortes. Et d'autre part, les personnes qui se soumettent, ou sont soumises à l'étude, le sont rarement de manière isolée. Tout au contraire, la société organise des conditions spécifiques afin que des groupes – des classes, des écoles – étudient collectivement des savoirs. Déterminer comment le souvenir et l'oubli interviennent dans l'étude d'un ou des savoirs, nécessite donc, *a minima*, de tenir compte de la nature mémorielle doublement externe portée par des collectifs : certaines des pratiques spécifiques passées, socialement et historiquement choisies, sont cristallisées dans des œuvres désignées comme « savoirs » par la société (par

³⁶ On trouve des résultats relatifs à la mémoire didactique dans les travaux menés par Perrin-Glorian et Sensevy qui portaient sur d'autres sujets. Le travail sur la mémoire didactique mené par Centeno dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques est resté inachevé.

exemple les pratiques des collectifs de mathématiciens), et la pratique de leur étude se déploie au sein de groupes qui conservent ou oublient le souvenir de certains de leurs traits.

Les travaux sur la mémoire relative à l'étude d'un savoir, la mémoire didactique, ont pour objet l'observation et l'analyse des phénomènes de permanence et d'absence, à un instant t , de certains traits spécifiques aux rapports au savoir, établis au cours de la dynamique temporelle propre aux institutions en lesquelles s'étudient ces savoirs. Les institutions d'étude sont soit identifiables du fait de la présence d'un sujet en position d'aide ou de direction de l'étude par d'autres, soit identifiables à partir de la position d'un sujet qui souhaite, par son étude personnelle, faire tendre son rapport au savoir vers celui qui est attendu d'une institution dont il est temporairement éloigné, mais à laquelle il peut s'assujettir dans un temps à venir. La permanence ou l'absence de ces rapports peuvent être d'ordre personnel ou institutionnel. Elles peuvent donc être provoquées intentionnellement au sein de l'institution ou n'être que spécifiques de la personne. Dans ce dernier cas, elles sont soit conséquences de mécanismes psycho-biologiques, soit résultantes d'un assujettissement faible à l'institution ; par exemple, parce que des assujettissements à d'autres institutions empêchent ou freinent l'établissement du rapport attendu. Les rapports au savoir peuvent aussi porter sur des connaissances extérieures à l'institution, mais dont elle a besoin afin de pouvoir faire advenir de nouveaux rapports à des objets qui lui sont ou seront propres ; il s'agit alors de la conversion de rapports issus d'assujettissements extérieurs à l'institution.

Deux conséquences, déjà relevées dans un cadre plus large par Ricœur, résultent de la spécificité de la mémoire didactique. La première est relative à sa manifestation qui ne peut guère être observée qu'à travers des phénomènes de souvenir et d'oubli portant sur des rapports au savoir antérieurement attestés au sein de l'institution observée ; soit qu'ils aient été établis à partir de pratiques développées au sein de l'institution, soit qu'ils y aient été importés à partir de pratiques externes. La seconde est relative à l'attribution. En cela elle rencontre la problématique de l'évaluation qui a été particulièrement développée en sciences de l'éducation. L'observation des phénomènes mémoriels nécessite qu'il y ait attribution, par une personne désignée pour cela, de souvenirs ou d'oublis portant sur des rapports ou certains de leurs traits relatifs à des savoir-faire ou des savoirs ; que cette attribution soit adressée à des sujets d'une institution ou à l'institution elle-même. On retrouve en ce point ce que Ricœur désignait sous l'expression « d'attribution multiple du souvenir à une diversité de personnes grammaticales. » Au sein des systèmes didactiques, l'attribution et l'évaluation des

rapports au savoir sont principalement vues comme l'une des fonctions assignées au professeur, ou tout au moins à celui qui enseigne, et qui peut temporairement être un élève placé dans cette position. Pour le cas du professeur, mais en interaction avec les élèves, c'est ce que l'on observe lorsque, arrêtant temporairement le temps didactique, il souhaite construire un milieu qui permet l'enseignement de savoirs nouveaux. Il assigne alors des souvenirs à l'institution *via* ceux des élèves interpellés en sujets de l'institution didactique. Les techniques didactiques auxquelles recourt le professeur ont fait l'objet de la thèse d'Andrea Araya, que j'ai co-dirigée, et dont certains résultats sont exposés dans la deuxième partie qui suit. La troisième partie de cette note de synthèse expose certains résultats relatifs aux conditions et contraintes spécifiques du système éducatif, et que permet de mettre en évidence un type nouveau d'enseignement des mathématiques, bâti sur une enquête dont une partie de la responsabilité est dévolue aux élèves, afin de construire le savoir de manière collaborative. On peut alors étudier comment s'opère la construction d'une mémoire didactique depuis la position d'élève, car leur participation à la genèse du savoir est plus importante.

Mais, d'ores et déjà, les études sur la mémoire menées antérieurement, et exposées dans cette première partie, ont permis de déterminer un cadre pour l'analyse des phénomènes relatifs à la mémoire didactique des élèves. Si intervient le calepin visuo-spatial dans la construction du souvenir pour la perception de la situation, il est aussi nécessaire de tenir compte des conditions sous lesquelles s'exprime le respect de certaines clauses relatives au contrat didactique dans l'institution donnée. Ce ne sont donc pas exclusivement des éléments que l'on peut qualifier de matériels – une figure ou une écriture, par exemple – qui permettent l'expression du souvenir, mais aussi la situation sous contrat à laquelle sont partie prenante les sujets : des élèves, dans les cas observés. Dans ce sens, les rappels mémoriels sont encore le fait de l'institution didactique, même si cela est moins visible car l'institution est plus lointaine. Les élèves procèdent à un ajustement de leurs connaissances anciennes au problème posé, ou à la situation rencontrée. Le mécanisme en jeu relève d'une dialectique entre la situation et les *habitus* construits à partir de l'adhésion aux contrats didactiques antérieurs et dirigés vers la recherche d'un contrat didactique nouveau ; ce processus autorise une réorganisation des souvenirs dans une configuration partiellement inédite jusqu'alors. On obtient ainsi une explication du fait que certains élèves parviennent à « prédire le futur ». J'ai pu l'observer à propos d'une élève qui, ne connaissant pas encore la fonction exponentielle, mais connaissant le logarithme et le nombre e dont le logarithme est 1, pouvait à la fois

résoudre des équations logarithmiques et, de manière plus remarquable, anticiper sur la réciproque du logarithme, c'est-à-dire l'exponentielle, qui n'était pas encore enseignée ; cet exemple est exposé dans un article détaillant la fonction mémorielle jouée par les ostensifs (Matheron et Mercier ; 2004) [**Document 7**]. On retrouve en ce point ce qu'a mis en évidence Clément sur l'exemple des joueurs de rugby des Samoa, et qui lui permet de dire que « le cerveau sert à prédire le futur » ; il anticipe, même s'il se trompe parfois sur l'interprétation de la situation.

Dans le cas des savoirs qui obéissent à une organisation, selon une logique implicative ou d'agrégation comme dans l'exemple des mathématiques, l'encodage ou le rappel mémoriels peuvent utiliser la logique de cette organisation. C'est sur ce point encore, et dans le cas d'un enseignement ordinaire, une partie du travail de thèse d'A. Araya exposée dans la partie qui suit. L'ingénierie de développement que constitue le projet AMPERES, et qui sera développée dans la troisième partie de cette note de synthèse, concerne un enseignement dans lequel ce n'est plus seulement l'exposition d'un savoir organisé qui est enseignée, mais où la dynamique de l'étude est portée par l'enquête partiellement dévolue aux élèves et les sous-questions qu'elle engendre. Le travail de la thèse en cours d'Elie Kazan porte, pour ce type d'enseignement, sur l'étude des interactions entre les connaissances antérieures des élèves sollicitées par le professeur et résultant des actions conjointes professeur-élèves, la situation, l'organisation du savoir dont l'enseignement est visé, et la direction que donne le professeur à l'enquête.

PARTIE II. ÉTUDE DES GESTES MÉMORIELS ACCOMPLIS PAR LE PROFESSEUR : ACTION CONJOINTE ET MICRO-CADRE DE LA MÉMOIRE DIDACTIQUE

I. Confronter l'apprentissage en situation d'enseignement ordinaire et les éléments théoriques issus de la modélisation d'un enseignement par adaptation

1. Expliquer l'apprentissage résultant de l'enseignement ordinaire à partir du modèle de l'apprentissage par adaptation

La thèse d'Alain Mercier visait, entre autres, à répondre à une interrogation qui peut paraître curieuse au profane éloigné des questions d'enseignement : comment se fait-il que des élèves, soumis à l'enseignement scolaire « standard », finissent par apprendre ? Cette question trouvait son sens dans les fondements de la théorie des situations didactiques qui fournit une modélisation des situations d'enseignement. L'enseignant tente d'enrôler les élèves, par la dévolution de la responsabilité de s'engager dans diverses dialectiques – action, formulation, validation – à l'issue desquelles le savoir qui a émergé est institutionnalisé. Ces trois dialectiques prennent place au sein de situations dénommées adidactiques : c'est-à-dire de phases au cours desquelles l'intention d'enseigner est tenue à distance au point de sembler ténue, voire de disparaître, pour un observateur extérieur : le professeur se gardant d'intervenir sur le savoir, mais se contentant de maintenir l'interaction des élèves avec les objets à partir desquels on souhaite le faire émerger. Durant ces phases, les actions des élèves se développent sur ce que Guy Brousseau a appelé « le milieu adidactique ». Certaines des actions provoquent à leur tour des rétroactions du milieu ; celles-ci ne sont pas l'expression d'intentions puisque, de par sa nature adidactique, il en est dénué. Il est, de ce point de vue, comparable à « la nature ». Si quelqu'un craque une allumette dans un environnement rempli de vapeurs d'essence, il provoque généralement une explosion dangereuse pour lui. S'il survit, il adaptera sans doute sa conduite dans une telle situation ; mais les vapeurs d'essence sont, en tant que telles, dénuées d'intentions maléfiques à son égard !

Les rétroactions du milieu, au sein d'une institution didactique, ont pour fonction de provoquer le changement des stratégies d'action des élèves, afin qu'ils parviennent à la

stratégie optimale correspondant, dans ce cas, au savoir dont l'enseignement est visé ; ou tout au moins qui s'en rapproche. La description qui vient d'être faite est celle d'un enseignement pas adaptation. Un exemple bien connu peut illustrer ce type d'enseignement. On dévolue aux élèves la responsabilité de la résolution d'une tâche problématique ; par exemple agrandir les pièces d'un puzzle de manière à ce qu'un côté de longueur initiale 4 cm soit agrandi en un côté de 7 cm. Au sein de la première de ces dialectiques, à partir des actions et des rétroactions sur le milieu qui est dans ce cas matériel, mais qui peut être aussi social, réel ou évoqué, les élèves ajustent leurs connaissances afin de parvenir à la stratégie leur apparaissant la plus économique pour « gagner contre » le milieu. Ce dernier, dénué d'intentions envers les élèves, apparaît comme l'antagoniste de leur action par le biais des rétroactions qu'il retourne ; par exemple, si on rajoute 3 cm à toutes les longueurs des pièces du puzzle, comme les élèves le font dans un premier temps, elles ne s'ajustent plus pour constituer un puzzle agrandi. Les dialectiques dans lesquelles s'engagent ensuite les élèves – formulation, validation – aboutissent progressivement à la transformation et la construction de connaissances partagées. Certaines d'entre elles sont enfin identifiées comme des savoirs lors des phases d'institutionnalisation dans lesquelles le professeur intervient sur le savoir, et qui, de ce fait, ne sont plus adidactiques mais didactiques.

Or l'enseignement courant, tel qu'il se pratique dans le quotidien des classes du système éducatif, n'est généralement pas construit selon le schéma qui vient d'être décrit. Les séances n'y sont pas bâties à partir d'une analyse *a priori* prenant en charge la dévolution aux élèves de phases adidactiques qui leur permettent, dans un premier temps et à partir de l'action sur un milieu, de « rencontrer leur ignorance », selon l'expression de Mercier. Par ailleurs, si l'on conçoit facilement la matérialité d'un milieu constitué d'un puzzle et de morceaux de cartons à découper pour obtenir les pièces d'un puzzle semblable et agrandi, on voit mal comment transposer un tel milieu matériel à la résolution de l'équation $\ln(x + 1) + \ln(x - 5) = \ln(x + 4)(x - 2)$ par exemple, bien qu'on puisse envisager qu'un milieu en partie évoqué contienne divers objets pour agir et recevoir des rétroactions : définition et propriétés du logarithme, représentations graphiques des trois fonctions logarithme intervenant dans cette équation, etc. Mais on perçoit d'ores et déjà que la prise en compte d'éventuelles rétroactions d'un tel milieu nécessiterait des connaissances qui sont d'une complexité autrement plus grande que le simple constat du non emboîtement des pièces d'un puzzle : ensembles de définition des fonctions \ln , addition de deux représentations graphiques, intersection de courbes, etc.

Les situations d'enseignement ordinaire ne portent pas, non plus, l'idée de dévoluer aux élèves la nécessité de modifier leurs connaissances antérieures pour les adapter à la situation présente, afin d'en construire de nouvelles. Il est contractuellement convenu que les élèves doivent adapter leurs connaissances aux savoirs nouveaux introduits dans la classe par le professeur, et non aux situations nouvelles que le professeur amènerait, sous peine d'être déclarés en difficulté pour suivre l'avancée temporelle du savoir ; la sanction ultime venant lors des moments d'évaluation. L'enseignement ordinaire n'est pas non plus conçu à partir d'ingénieries didactiques construites en se servant d'éléments théoriques jouant le rôle d'outils *a priori* ; ce qui représente une nécessité pour un enseignement par adaptation. Pour toutes ces raisons, c'est donc souvent après-coup, au moment de la communication à l'élève de l'évaluation de la conformité ou non de son rapport personnel au rapport institutionnel attendu à ce qui fut enjeu de savoir, que s'opère la rencontre personnelle de l'élève avec son ignorance, son besoin en savoir et, éventuellement, la modification de ses connaissances afin de les rendre conformes à l'attente institutionnelle.

A. Mercier a montré que le paradoxe apparent qui vient d'être décrit se résout, hors évaluation, dans la rencontre personnelle et fortuite, car elle n'est pas organisée par l'institution, de certains élèves avec leurs besoins en savoir. Ainsi par exemple, comme le montre A. Mercier dans sa thèse, la nécessité de « lever l'indétermination » dans un calcul de limites sur des logarithmes permet-elle à une élève de rencontrer son besoin en savoir relatif aux théorèmes sur les limites et les opérations, alors qu'ils ont été enseignés quelques semaines, voire quelques mois, auparavant ; mais la nécessité mathématique de leur connaissance n'apparaissait pas alors à cette élève, à ce moment du temps didactique. L'apprentissage se fait donc pour partie, comme cela a été maintes fois souligné, « dans un temps différé » par rapport à l'avancée du temps didactique, et de manière erratique ; mais il a lieu.

Un tel type d'observations des apprentissages conséquences de l'enseignement ordinaire survient de manière aléatoire. Son observation nécessite un dispositif de l'ordre du micro-didactique afin de parvenir à identifier, grâce à une méthodologie de type clinique et dans le cadre de la biographie didactique d'une personne, des épisodes contribuant à la constitution de son identité d'élève et de sa mémoire didactique privée, comme l'indique A. Mercier page 52 de sa note de synthèse pour l'HDR (Mercier, 1998). L'apparent paradoxe de

l'apprentissage à partir des situations scolaires a pu ainsi être levé. Mais la compréhension du déclenchement du mécanisme qui permet à certains élèves de rencontrer, pour eux-mêmes et à travers leur étude personnelle, celle des moments adidactiques à partir desquels ils apprennent, n'est pas pour autant éclairée. De surcroît, l'observation du phénomène relève d'un coût méthodologique important et l'effort de synthèse semble considérable pour réunir un échantillon de cas singuliers, observés de manière quasi erratique, et qui soit d'une taille suffisamment conséquente pour parvenir à en dégager, si elles existent, des régularités faisant système.

Si l'on change de focale, que l'on utilise une méthodologie davantage macroscopique, et même si l'on n'atteint pas non plus ainsi à la compréhension des raisons du phénomène, on s'aperçoit néanmoins que le fait d'être plongé dans « un bain » scolaire permet la réalisation d'apprentissages qui n'avaient pu s'opérer auparavant, portant sur des sujets mathématiques qui ne sont plus enseignés. C'est ce que l'on a identifié sous le qualificatif « d'apprentissage silencieux » et qui a pu être de nouveau observé dans le cadre d'un mémoire d'un PLC2 mathématiques (N. Taïbaly) que j'avais dirigé à l'IUFM de Toulouse en 2006. 31 élèves de 3^e, dont certains réputés très faibles tout au long de leur scolarité en Collège, ont repassé l'évaluation nationale de mathématiques à laquelle ils s'étaient soumis à l'entrée en 6^e, quatre années auparavant. Les résultats obtenus sont éloquentes. On les trouve dans le tableau ci-dessous où l'on utilise la dénomination en usage dans le référentiel d'évaluation en 6^e : M1 désigne les compétences en numération / écriture des nombres, M2 les compétences en problèmes numériques, M3 les compétences en traitement de l'information, M4 les compétences en traitements opératoires, M5 les compétences en travaux géométriques.

Elève	Ensemble		M1		M2		M3		M4		M5	
	2002	2006	2002	2006	2002	2006	2002	2006	2002	2006	2002	2006
1	56%	87%	41%	82%	83%	100%	75%	69%	61%	94%	40%	95%
2	86%	86%	100%	88%	50%	100%	21%	94%	88%	83%	73%	75%
3	57%	75%	71%	59%	67%	83%	63%	69%	61%	89%	35%	80%
4	87%	95%	88%	100%	67%	100%	88%	94%	89%	94%	90%	90%
5	57%	79%	47%	65%	50%	50%	44%	81%	67%	94%	70%	85%
6	94%	82%	82%	88%	100%	67%	94%	81%	100%	89%	95%	75%
7	42%	82%	53%	71%	33%	83%	25%	88%	39%	83%	50%	85%
8	68%	84%	65%	76%	83%	67%	88%	94%	78%	89%	40%	85%
9	63%	81%	50%	65%	25%	100%	57%	88%	71%	89%	67%	75%
10	53%	88%	41%	94%	83%	100%	50%	88%	61%	83%	50%	85%

11	43%	86%	41%	82%	50%	100%	63%	94%	33%	89%	35%	75%
12	56%	79%	65%	71%	33%	83%	69%	75%	50%	72%	50%	95%
13	95%	97%	100%	100%	83%	100%	81%	100%	100%	94%	100%	95%
14	72%	86%	47%	76%	100%	83%	100%	94%	88%	94%	64%	80%
15	51%	87%	35%	82%	17%	100%	63%	75%	72%	89%	45%	95%
16	58%	92%	53%	94%	50%	100%	69%	88%	50%	100%	65%	85%
17	60%	79%	67%	65%	62%	100%	25%	81%	60%	83%	64%	80%
18	74%	95%	53%	94%	67%	100%	69%	88%	89%	94%	85%	100%
19	74%	81%	71%	65%	83%	83%	88%	88%	67%	89%	70%	80%
20	56%	68%	65%	53%	83%	83%	69%	69%	39%	61%	45%	80%
21	90%	97%	94%	100%	100%	100%	75%	94%	94%	100%	90%	95%
22	91%	92%	94%	94%	67%	83%	88%	94%	94%	89%	95%	95%
23	87%	95%	88%	94%	100%	83%	81%	100%	100%	100%	75%	90%
24	74%	87%	88%	76%	33%	100%	63%	88%	72%	89%	85%	90%
25	79%	90%	82%	82%	67%	100%	56%	94%	89%	94%	90%	85%
26	66%	77%	50%	76%	82%	50%	75%	81%	33%	100%	64%	60%
27	53%	91%	35%	88%	50%	100%	63%	94%	50%	83%	65%	95%
28	81%	91%	82%	82%	100%	100%	56%	88%	83%	94%	90%	95%
29	77%	87%	71%	76%	100%	100%	75%	94%	72%	89%	80%	85%
30	92%	95%	88%	94%	83%	100%	88%	100%	100%	94%	95%	90%
31	57%	90%	47%	88%	67%	100%	75%	100%	56%	89%	50%	80%

A titre de comparaison, et à partir des données disponibles sur le site du ministère de l'Education Nationale, la moyenne en mathématiques pour l'évaluation de 6^e était en 2002 de 65 %, en 2003 de 62,3 %. On peut donc remarquer, à titre d'indicateur, que dans cette classe, en 2002, 14 des 31 élèves obtiennent un score inférieur à la moyenne nationale pour cette évaluation, mais plus aucun quatre ans plus tard, lorsqu'ils arrivent en 3^e en 2006³⁷.

Ainsi, sur les 31 élèves, 29 sont en progrès pour l'ensemble des Mathématiques, l'un d'entre eux stagne, et un seul est en régression (de 94 % à 82 %). On peut relever les progressions spectaculaires d'élèves très faibles à l'entrée en 6^e : les élèves 7 (de 42 % à 82%), 11 (de 43 % à 86%), 15 (de 51 % à 87%), ou 31 (de 57% à 90%). Le travail de ce mémoire montrait encore, sur une échelle de temps plus restreinte – de l'ordre du trimestre, entre le 7 novembre et le 3 février – une légère, voire une nette, progression (un tiers dans le deuxième cas), sur un sujet qui n'avait pas été officiellement retravaillé en classe par les 21 élèves d'une 6^e : l'addition et la soustraction en système sexagésimal.

³⁷ Il n'a pas été possible d'obtenir toutes les moyennes des années comprises entre 2002 et 2006, mais généralement, ces moyennes sont stables d'une année sur l'autre. Par exemple, elle est de 64,4 % en 2008 et certains des exercices de l'évaluation sont conservés d'une session à l'autre.

Addition			Soustraction		
Progrès	Stabilité	Régression	Progrès	Stabilité	Régression
4	15	2	7	14	0

L'apprentissage continue donc, hors moments d'enseignement, sur des échelles temporelles qui peuvent être longues. Pour expliquer ce phénomène il n'est pas forcément nécessaire de recourir à des phénomènes dans lesquels a lieu une rencontre personnelle avec des situations qui peuvent être adidactiques. Ce ne serait pas le propos que de rappeler ici l'existence de différentes théories de l'apprentissage ; mais un exemple tiré d'une observation permet de mettre en relief, parce que l'élève l'explicite, certains phénomènes d'apprentissage liés au fait que l'élève n'est pas isolé mais adhère à un collectif. Il s'agit d'une observation faite lors de séances sur l'enseignement des nombres relatifs en 5^e, à partir d'une proposition d'enseignement de l'équipe AMPERES.

Pour enseigner les nombres relatifs, on a choisi de faire vivre par les élèves leur nécessité : dans le cadre de l'enseignement proposé, ils assurent une économie de calcul appréciable que les élèves éprouvent en acte. On demande aux élèves d'effectuer mentalement des calculs du type : $35 + 27 - 28$; $2,65 + 3,42 - 4,42$; etc. Ils s'aperçoivent assez rapidement que, dans ces calculs, il suffit de soustraire 1 au premier nombre pour obtenir très facilement le résultat cherché. Certains élèves continuent de calculer de gauche à droite mais, au bout d'un temps variable, tous conviennent que ajouter 27 et soustraire 28, ou ajouter 3,42 et soustraire 4,42 revient à soustraire 1, que l'on notera -1 puisque $35 + 27 - 28 = 35 - 1$. Néanmoins, dans une des classes observées, deux élèves n'ont toujours pas compris pourquoi soustraire 1. Assez curieusement, si le premier est un élève faible, le second ne l'est pas. Le professeur, aidé des autres élèves de la classe, explique qu'il y a une différence de 1 entre les deux derniers nombres, et donc qu'il est plus pratique de soustraire immédiatement 1 au premier nombre. Les deux élèves finissent pas comprendre, mais la réaction du deuxième élève est intéressante pour observer comment l'apprentissage a lieu pour lui. Il déclare qu'il sait très bien calculer « de tête » et qu'il n'a donc pas éprouvé la nécessité de trouver une technique plus économique pour les calculs proposés à la classe. Mais comme ses camarades utilisent tous la technique qui vient d'être exposée et consistant à observer la différence entre les deux derniers nombres et la soustraire au premier, alors il veut bien faire comme eux. Autrement dit, ce n'est pas le savoir en situation, adidactique ou non, qui provoque pour cet élève la

nécessité de modifier ses connaissances afin d'utiliser une ou des stratégies plus économiques. C'est plutôt la nécessité sociale de continuer à appartenir au groupe en se conformant, pour cela, aux pratiques nouvelles dans lesquelles il vient de s'engager. On perçoit, à travers cet exemple, le poids de l'appartenance au groupe dans la manière de penser. Ce phénomène a été mis en évidence, à maintes reprises, en sociologie de la connaissance³⁸ ; l'apprentissage s'opérant souvent à l'insu des sujets du groupe. L'exemple de cet élève montre un apprentissage qui se fait de manière consciente, à travers une sorte d'acceptation de la soumission à ce qui est reconnu pertinent pour le groupe, et non parce qu'on aurait éprouvé soi-même cette pertinence. Si l'élève se rend à des raisons, celles-ci ne proviennent pas de l'action sur le savoir, mais relèvent de la volonté de continuer d'appartenir au groupe. Des phénomènes de cet ordre, sans doute en partie inconscients, interviennent probablement au sein de l'« apprentissage passif » révélé pour les élèves de ZEP évalués en 3^e sur des connaissances de l'évaluation de 6^e. Un cadre macro-didactique permet de mettre en évidence cet apprentissage ; il est nécessaire de disposer d'un cadre micro-didactique pour commencer à l'expliquer.

2. Comprendre l'apprentissage à travers l'action de l'enseignant relative aux phénomènes mémoriels : quelques exemples

L'effort d'élucidation mené par Mercier (1992) à partir de la Théorie des Situations Didactiques, afin de comprendre l'apprentissage permis par l'étude personnelle au sein de l'enseignement ordinaire, nécessitait logiquement de tourner son regard vers l'élève. Il m'est pourtant apparu nécessaire de faire davantage porter l'accent sur l'enseignant. Il est en effet l'organisateur, au sein de la classe, d'occasions de se souvenir pour les élèves, ou encore d'occasions de reprise ou de reconstruction de leur mémoire des apprentissages antérieurs, afin de répondre aux besoins didactiques du présent ; c'est-à-dire aux besoins émergeant du nouveau que la chronogénèse assigne à l'enseignant de diriger (Chevallard, 1985 & 1991). Même si une grande partie de l'apprentissage se poursuit hors temps didactique, il est en effet nécessaire, pour que la relation didactique puisse s'établir et se maintenir, et sauf à supposer des élèves totalement passifs, qu'un certain nombre de références, de notions, soient partagées entre professeur et élèves. La nécessité d'un tel espace commun de significations partagées a

³⁸ On pourrait citer ici les travaux de P. Bourdieu ou de M. Douglas, ou encore le n° 5 de la revue *Raisons pratiques*, 1995, consacré à *L'enquête sur les catégories*, de Durkheim à Sacks.

pu recevoir le qualificatif de communauté discursive, ou encore d'intersubjectivité, en suivant une définition que certains ont repris à leur compte, située au croisement de la phénoménologie et de la sociologie³⁹. C'est donc en un lieu de l'enseignement situé dans la classe, en tant qu'observateur du professeur, de ses interactions avec les élèves au sein du jeu avec les contraintes institutionnelles et celles de la situation d'enseignement, de la résultante qui en découle et qui agit sur l'organisation d'éléments qui peuvent parfois avoir une dimension adidactique, que j'ai tenté de placer mes recherches sur la mémoire didactique. On s'intéresse donc aux techniques didactiques intervenant dans le jeu du professeur avec les élèves, afin que ceux-ci soient pris dans un ensemble d'interactions permettant la création d'un nombre de significations partagées jugé suffisant par le professeur. Ceci dans le but minimal que la relation didactique s'installe, et au mieux que les élèves apprennent dès le moment de l'enseignement en classe, et non pas seulement lors des temps de l'étude privée.

On sait depuis l'ouvrage *La transposition didactique*, que selon la formule d'Yves Chevallard, le maître est avant tout « chronomaître » du temps didactique. Dans *La transposition didactique*, l'accomplissement de cette fonction était assuré par « l'introduction d'objets nouveaux » dans le système didactique ; la définition était encore imprécise, mais on pouvait imaginer qu'il s'agissait de notions nouvelles, de chapitres nouveaux, etc⁴⁰. Cette première approche, qui référerait à des emplans temporels assez larges pour ces « objets nouveaux », méritait sans doute d'être affinée. Le professeur, en tant que « maître du temps » didactique, peut en effet décider de le faire avancer, l'arrêter, voire même, privilège assez rare !, de faire croire à la possibilité de le reculer... notamment à travers reprises, révisions,

³⁹ L'expression « communauté discursive » vient de la linguistique où le concept a été élaboré par Dominique Maingueneau pour désigner des groupes sociaux qui produisent et gèrent un certain type de discours (Maingueneau, 1984, dans *Genèses du discours*). Dans un texte de 2002 intitulé « Discours de savoir, communautés de savants » in: Konrad Ehlich (Hg.) *Europäische Wissenschaft – Europäische Perspektiven*, D. Maingueneau discute les diverses acceptions de l'expression, selon les auteurs, pour préciser la sienne : « A la différence de Swales, la communauté discursive est, de mon point de vue, avant tout un groupe de *producteurs* de textes, et pas seulement un ensemble d'individus qui maintiennent un lien social à travers des textes ». Les interactions au sein d'une classe de mathématiques ne passent pourtant pas nécessairement toutes par le discours, ou le texte, au sens où on l'entend couramment : pensons aux graphiques, tableaux, gestes, figures, symboles. Aussi ne retiendrai-je pas ce terme et préfère conserver celui, plus ancien mais qui a montré son effectivité, de « contrat », en lui rajoutant les épithètes de « didactique » lorsqu'il porte sur ce qui est attendu de faire avec le savoir, de « pédagogique » lorsque il porte sur des conditions plus générales de comportement ou d'organisation propres à l'Ecole. Pour ces deux types de contrat, jouent bien entendu des éléments qui s'expriment dans des situations sociales d'amplitude plus vaste que les seules situations scolaires, parce qu'elles relèvent d'un « contrat social » extérieur à l'Ecole au sens strict.

⁴⁰ La notion de praxéologie, c'est-à-dire d'organisation mathématique pour ce qui nous intéresse, et de leurs agrégations, est venue combler ce manque pour ce qui concerne les mathématiques proprement dites. Celle de moment de l'étude a, de même, permis de définir les divers épisodes du travail d'étude par lequel le professeur peut faire passer les élèves. Ces deux notions permettent de définir plus précisément les objets de la chronogénèse.

ré-explications. L'article Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, paru dans *Recherches en Didactique des Mathématiques* en 2000, a proposé, dans le cadre d'une didactique comparée, un modèle de l'action enseignante articulé autour de ce que l'on peut désigner comme étant quatre « genres de tâches didactiques » fondamentales : *définir, réguler, dévoluer, instituer*. Ce modèle est repris par Sensevy (2007).

La question centrale, et qui demeure en grande partie ouverte dans le vaste champ de l'étude du professeur, reste celle de comprendre comment, dans l'enseignement ordinaire, le professeur accomplit ces tâches, s'il les accomplit. Pour cela, une condition apparaît nécessaire : la vérification d'une clause du contrat didactique engageant professeur et élèves, relative à la volonté d'enseigner et d'apprendre. En revenant à l'étymologie du mot « enseignant »⁴¹, on pouvait faire l'hypothèse que c'est avant tout grâce à des techniques didactiques qui consistent « à montrer », pour indiquer, que le professeur réalise ces tâches en direction d'élèves. Ces derniers, quant à eux, et en suivant dans ce cas encore l'étymologie du mot, sont « à élever » jusqu'à la connaissance et la maîtrise du savoir⁴². La technique didactique qui consiste à montrer a logiquement été qualifiée d'ostensive, ou encore, désignée sous le nom d'ostension⁴³. R. Berthelot et M-H. Salin ont étudié dans leur thèse (1992) les techniques ostensives utilisées dans l'enseignement de la géométrie. Ils distinguent l'ostension assumée, jusqu'aux programmes d'avant la réforme des « mathématiques modernes », et l'ostension déguisée qui a pour support, le plus souvent, les activités que l'on trouve dans les manuels scolaires, depuis le milieu des années 1980 jusqu'à nos jours. Dans ce dernier cas, le professeur entretient la fiction que l'élève, par son action, produit le savoir, alors qu'en réalité il lui est simplement montré, mais d'une manière plus ou moins bien déguisée. G. Brousseau (1996) donne une définition du contrat d'ostension et indique ses limites didactiques : « Le professeur “ montre ” un objet, ou une propriété, l'élève accepte de le “ voir ” comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous entendu que cet objet est

⁴¹ Le verbe « enseigner » provient du latin populaire *insignare*, renforcement du latin *signare* qui signifie « indiquer » et vient de *signum* qui signifie « signe » ; d'après le dictionnaire d'étymologie Larousse.

⁴² Nous savons bien que ces présupposés sur l'élévation des élèves relèvent d'un modèle idéal dont la réalité, parfois ou souvent, s'éloigne... Néanmoins, la fonction de transmission de savoirs, « d'élévation » des élèves ou encore de leur éducation, est celle que, jusqu'à présent, la Société assigne à l'Ecole.

⁴³ Une ostension est le geste liturgique par lequel le célébrant présente aux fidèles un objet du culte : croix, cierge, évangélaire, icône, reliques dans un reliquaire, etc. L'ostensoir est l'objet dans lequel est déposé une hostie consacrée montrée aux fidèles. Ils y reconnaissent par ce geste le fait que le Christ est présent dans l'hostie montrée.

l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. [...] L'induction radicale exigée par le contrat d'ostension échoue souvent. [...] Le contrat d'ostension, bien que fondé sur une épistémologie " fausse " est pourtant très utilisé par les enseignants car il fonctionne très bien dans de nombreux cas où une définition mathématique serait trop lourde ou inutile. » Les limites de cette technique didactique sont en effet assez connues. Par exemple, à l'école élémentaire, le professeur montre des carrés dessinés avec des côtés horizontaux et verticaux ; les élèves identifient cet objet à la classe de tous les carrés qu'on leur présentera ultérieurement. Mais lorsqu'un carré leur est ensuite montré « pointe en bas », c'est-à-dire lorsque le carré précédent a subi une rotation de 45° autour de son centre, les élèves ne reconnaissent plus un carré dans cet objet, mais disent qu'il s'agit d'un losange⁴⁴.

On peut fournir quelques explications pour cette utilisation fréquente, par les professeurs, du contrat d'ostension dans l'enseignement. Elle relève à la fois des contraintes de la relation didactique et de « l'idéologie » professorale, construite à partir des formes d'enseignement que les professeurs ont connues, et auxquelles ils se réfèrent. Ces formes se déclinent à travers l'ostension directe, en référence au cours magistral qu'ils ont connu durant leurs études, ou à travers l'ostension déguisée dont on trouve le schéma dans les manuels scolaires qui interprètent à leur manière le triptyque désormais en vigueur dans l'enseignement des mathématiques – activité, synthèse, exercices d'application – ou sous des déclinaisons différentes aboutissant aussi à l'ostension déguisée pour enseigner d'autres savoirs **[Document 8]**⁴⁵. A cette double explication se surajoute le fait que les procédés ostensifs sont « naturellement spontanés » et font obstacle à d'autres formes d'interaction de connaissances entre le professeur et ses élèves : par exemple, dès le plus jeune âge, « on montre » aux enfants qui montrent en retour afin de faire comprendre à d'autres. Enfin, les techniques ostensives locales, propres à des micro-objets de savoir, sont des moyens commodes et simples de gestion de la complexité de la situation du professeur dans les phases d'interaction collective avec ses élèves ; elles permettent de faire l'économie de la construction de situations à partir desquelles se construisent les connaissances. Elles constituent, le plus

⁴⁴ Un carré est un losange, mais tous les losanges ne sont pas des carrés...

⁴⁵ On retrouve un autre triptyque qui engage en acte vers l'ostension déguisée, comme j'ai pu le montrer avec ma collègue Nathalie Panissal (2009), pour l'enseignement d'éléments de psychologie dans la série STG du cycle terminal du lycée, option information et communication. Il s'agit de la démarche OAC, préconisée par les commentaires du programme officiel en direction des professeurs ; l'acronyme OAC signifiant Observation, Analyse, Conceptualisation. Comme nous avons pu le montrer, cette démarche est mise en œuvre dans les classes sous la forme de l'ostension déguisée, en recourant à la fiction que les élèves observent, analysent et finissent ainsi par conceptualiser. Ce travail est présenté dans la partie suivante de cette note synthèse.

souvent, une réponse adaptée aux contraintes ordinaires de la relation didactique et pédagogique ; compte tenu de la difficulté devant laquelle se trouve le professeur pour enseigner certains savoirs dans certains cas, il recourt à la forme la plus élémentaire d'enseignement qui consiste à montrer. Il use en ce point de la résolution élémentaire et simple du problème des moyens à mettre en œuvre lorsqu'on souhaite faire rencontrer et identifier par autrui quelque chose qu'il ne connaît pas.

J'ai pu montrer que certaines des fonctions de l'ostension se rapportent aux techniques mémorielles dans les pratiques enseignantes. Celles-ci permettent de décrire comment peuvent être accomplies certaines des tâches relevant de la *définition*, de la *régulation*, de la *dévolution* et de l'*institutionnalisation*, d'après le modèle de l'action enseignante proposé par Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2000). Les fonctions mémorielles de l'ostension ont été exposées dans l'article cosigné en 2002 avec Marie-Hélène Salin, dans la *Revue Française de Pédagogie*.

La *définition* y est avant tout vue comme celle d'un nouveau contexte à partir duquel le professeur pourra enseigner un objet de savoir nouveau, restant sensible pendant un temps donné. Pour définir, le professeur peut *référer*, par l'évocation d'une *activité du passé*. Pour cela, il peut convertir, en interagissant avec les élèves, leur mémoire pratique en une mémoire ostensive qui constituera sous contrat, c'est-à-dire sous la condition d'y adhérer, une référence commune à l'ensemble de la classe. Dans ce cas, il reconstruit une histoire, éventuellement en suscitant la participation des élèves à la construction du récit ; il retient pour cela certains des souvenirs qui s'expriment publiquement et sollicite l'adhésion de tous à la validité de l'histoire. Il peut aussi décider d'*indiquer*, et on retrouve alors le rôle central de l'ostension, notamment en créant pour cela des ostensifs à la vie éphémère : flèches, dessins, schémas au tableau, etc. Dans ces deux cas, il rend contractuellement présent – c'est-à-dire en enjoignant de manière plus ou moins explicite les élèves à les identifier, les reconnaître –, un ensemble constitué de « notions » et de ce qui se fait avec⁴⁶ ; notions qui, quant à elles, ne relèvent pas du sensible et sont désignées, sans plus de façon, comme des non-ostensifs⁴⁷. Elles ne peuvent

⁴⁶ On retrouve en ce point la notion de « cadre social de la mémoire », utilisée par Maurice Halbwachs.

⁴⁷ Pour les désigner les notions, idées, concepts, la Théorie Anthropologique du Didactique les nomment « non-ostensifs » car elles n'ont pas de réalité matérielle sensible : elles émergent des pratiques mathématiques sans que l'on puisse pour autant « mettre la main sur elles », et ne sont perceptibles qu'à travers la manipulation des réalités sensibles, souvent scripturales mais pas seulement, qui sont des outils du travail mathématique. Ainsi en est-il par exemple des concepts ou notions de proportionnalité, de fonction dérivée, de variable, qui ne peuvent seulement qu'être évoqués par une écriture du type $f(ax + by) = af(x) + bf(y)$ ou un tableau pour la

donc qu'être évoquées, soit par remplacement au sein d'une activité antérieure que le professeur a oralement rappelée à l'aide de quelques traits, soit par divers ostensifs gestuels, graphiques, scripturaux, etc., qui y sont associés. Ainsi, par exemple, le dessin de deux droites orientées et perpendiculaires peut-il évoquer les non-ostensifs « géométrie analytique plane » ou « représentation graphique de fonctions », les gestes de la main du professeur peuvent-ils évoquer le non-ostensif « variations des fonctions » ou bien, au plan didactique, signifier que la parole est donnée aux élèves ou au contraire ôtée, autrement dit indiquer que c'est ou non le moment de la « participation » des élèves, etc. L'article de 2002 cité mettait en avant des exemples à l'appui de techniques d'indication et de référence. Dans le premier, un professeur sollicitait les élèves afin qu'ils décrivent les déplacements effectués par une figure lorsqu'on déplace sa symétrique ; activité rencontrée quelques jours auparavant en salle informatique. Pour fixer la permanence du souvenir, en convertissant en mémoire ostensive ces éléments d'une mémoire pratique relatifs à des déplacements, le professeur dessinait diverses flèches de formes et de couleurs différentes qui lui permettaient d'enseigner la symétrie orthogonale, à travers ce qui était montré comme référence à laquelle se rapporter. Un second professeur, quant à lui, dessinait un carré et un cercle pour évoquer des patterns en jeu dans certaines techniques sur le logarithme, donnant publiquement à voir la mémoire de pratiques similaires antérieurement rencontrées sur d'autres objets afin de définir celles, nouvelles, qu'il voulait enseigner.

On peut relever, à travers ces deux exemples, l'importance du rôle du tableau noir ou de ce qui le remplace, pour la création de mémoire commune à laquelle se référer. Au-delà de l'enseignement des mathématiques, il est en effet fréquent qu'un professeur utilise des flèches, entoure des mots écrits au tableau à l'aide de divers ostensifs pour signifier une causalité, une équivalence, des liens, etc., c'est-à-dire des notions, des « non ostensifs », et « rendre présente » dans la classe une dimension non visible de l'activité cognitive qu'il lui est pourtant nécessaire de solliciter afin de faire advenir des objets d'enseignement **[Document 9]**⁴⁸. Il y a ainsi appel du professeur aux élèves, par l'intermédiaire de l'activation de clauses du contrat didactique, afin de susciter leur adhésion à une référence commune de laquelle émergeront des éléments non problématiques sur lesquels et avec lesquels interagir ;

proportionnalité, f pour la fonction dérivée, x pour la variable par exemple. Ces dernières notations représentent la classe, ou plutôt seulement une partie de la classe, des pratiques au sein desquelles ces notions sont convoquées.

⁴⁸ C'est un point sur lequel insistait mon intervention au symposium sur le milieu, organisé par le GRIDIFE-ERTe 46, lors du 1^{er} colloque sur l'épistémologie de la didactique à Bordeaux, en septembre 2005.

ceci afin de pouvoir poser de nouveaux problèmes, et faire émerger des connaissances nouvelles.

La création d'une mémoire ostensive, sous contrôle par l'enseignant, permet aussi la *régulation* des rapports naissants des élèves à un objet de savoir. Il s'agit, du point de vue de l'institution didactique, d'homogénéiser les diverses pratiques personnelles antérieures des élèves ; il est alors attendu que chacun s'appuie sur cette reconstruction en cours. De même, le recours à l'analogie avec des pratiques anciennes qu'il faut rappeler, permet d'abaisser la difficulté de l'abord dans des savoirs nouveaux : il en résulte une difficulté moins grande pour faire accepter par les élèves *la dévolution* de la responsabilité des problèmes inédits initiés par, ou qui trouvent leur solution dans le savoir nouveau qu'ils auront à apprendre. Tout moment d'institutionnalisation est un moment au cours duquel s'effectue un tri au sein des souvenirs des pratiques antérieures et des résultats anciennement établis, afin de ne conserver que ce qui est jugé essentiel, parce que davantage pertinent ou économique. La reconstruction du passé didactique commun à la classe, sous la direction du professeur, *institue* de nouvelles manières de faire avec le savoir, et dans lesquelles il sera légitime de s'engager.

Les résultats qui viennent d'être exposés s'appuyaient sur des matériaux venus de l'observation de classes ordinaires de mathématiques ; la possibilité « d'entrer dans les classes », privilège assez rare, m'était fournie soit grâce à la coopération de professeurs dont j'avais acquis la confiance, soit par l'intermédiaire d'une des dimensions de mon travail en IUFM qui consistait à rendre visite à des PLC2 de mathématiques, pour la validation de leur formation. Ces résultats sont donc établis depuis l'enseignement secondaire des mathématiques. Néanmoins, des exemples tirés de Amigues & Zerbato-Poudou (2000), et qui viennent d'un champ et d'un niveau éloignés puisqu'il s'agit de l'enseignement de l'écriture à l'Ecole maternelle, indiquent l'usage de l'ostension dans sa fonction mémorielle pour l'enseignement (Matheron & Salin, 2002). A ma connaissance, un tel travail n'a été développé par personne pour ce type de savoir fondamental, et donc parmi les premiers enseignés.

II. Le rôle des niveaux de codétermination didactique dans l'appel au souvenir

1. Les conditions et contraintes propres à l'enseignement des mathématiques

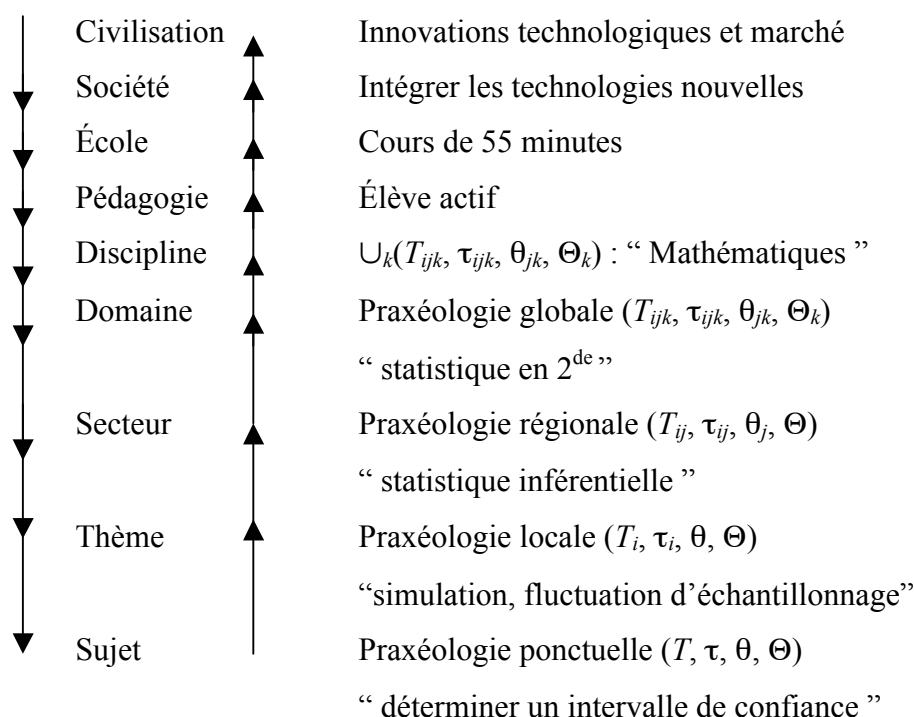
Dès son origine, la didactique des mathématiques s'est intéressée aux conditions et contraintes sous lesquelles se déroulent les processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Ainsi, en 1964, André Lichnérowicz, mathématicien dont le nom est désormais associé à la commission qu'il présida et qui aboutit à la réforme dite des « mathématiques modernes », proposa-t-il à Guy Brousseau une étude sur les « **Conditions** limites d'une expérience en pédagogie des mathématiques ». L'attaque du sujet a nécessité la création d'un centre d'observation de l'enseignement des mathématiques, le COREM de l'école Jules Michelet de Talence⁴⁹. L'abord de la question des conditions et contraintes repose sur l'idée que ce qui advient de l'enseignement, dans une classe proprement dite, est en grande partie déterminé par un ensemble de conditions relevant de certains niveaux internes ou externes à la classe et au savoir qui est enjeu de la relation. Ainsi la possibilité de l'existence d'un processus didactique, dans une institution donnée, repose-t-elle sur des contraintes, vues comme conditions non modifiables, et aussi sur un ensemble de conditions, vues aussi comme contraintes modifiables dans le cas de conditions nouvelles créées, et non pas données *a priori*. Par exemple, en prenant deux exemples extrêmes pour illustrer cela, l'organisation de l'enseignement secondaire des mathématiques sous forme de programmes attribués à des classes de niveau donné – 6^e, 5^e, jusqu'à la Terminale –, apparaît actuellement comme condition non modifiable, donc comme une contrainte ; à l'inverse, au sein d'un niveau scolaire donné, l'ordre selon lequel le professeur organise l'enseignement des notions du programme qui lui est imposé, relève explicitement de « sa liberté pédagogique », et réfère donc à des conditions issues de contraintes modifiables⁵⁰.

Au cours de son développement, la Théorie Anthropologique du Didactique a repris à son compte l'étude des conditions et contraintes à travers ce qu'elle nomme « les niveaux de codétermination didactique », parce qu'ils déterminent à la fois les mathématiques qui peuvent être enseignées et la manière selon laquelle elles peuvent être enseignées ; soit ce que

⁴⁹ On se réfère en ce point à la biographie de Guy Brousseau, pages 17 à 22 de son ouvrage *Théorie des situations didactiques*.

⁵⁰ Dans le programme de mathématiques de 2^{de} de juin 2009, on trouve, page 2, le passage suivant : « Le programme n'est pas un plan de cours et ne contient pas de préconisations pédagogiques. Il fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités et pour cela **indique les types de problèmes que les élèves doivent savoir résoudre**. [en italique gras dans le texte paru au BOEN n° 30 du 23 juillet 2009] » Ce qui sous-entend que le professeur dispose d'une certaine latitude dans l'organisation de son enseignement, tant dans sa forme que dans l'ordre chronologique du traitement du programme. Ce passage semble indiquer que ce qui importe est le résultat : les objectifs fixés en termes de capacités des élèves doivent être atteints.

l'on nomme l'organisation didactique de leur enseignement. Le schéma ci-dessous, tiré d'un chapitre de l'ouvrage *Recherche/formation des enseignants. Quelles articulations ?* (Matheron, 2009) [Document 10] reproduit l'échelle des niveaux de codétermination didactique donnée par Y. Chevallard, en l'exemplifiant de manière sommaire et incomplète sur le sujet « intervalle de confiance », au programme de 2^{de} de 2001 ; les flèches indiquent que les niveaux interagissent l'un sur l'autre⁵¹ :



On retrouve, à travers ce schéma, le modèle praxéologique $(T, \tau, \theta, \Theta)$ dans lequel T désigne un type de tâches, τ une technique pour l’accomplir, θ la technologie qui permet de produire, justifier et rendre compréhensible la technique, et Θ la théorie qui joue, envers la technologie, les mêmes fonctions que la technologie envers la technique. On y retrouve aussi l’agrégation des praxéologies mathématiques, c’est-à-dire des organisations mathématiques qui, partant d’une organisation ponctuelle relative à un sujet donné, s’insèrent dans des organisations plus vastes : locales, régionales et globales pour désigner respectivement les thèmes, secteurs et domaines. C’est ce qu’indiquent les notations indicées en i, j et k . L’ensemble des domaines constitue la discipline ; à savoir les mathématiques enseignées à un niveau déterminé. On pourrait croire que l’intérêt de la description qui précède ne réside que dans l’organisation des

⁵¹ Contrairement à ce que l’utilisation de telles flèches pourrait laisser croire, les interactions ne suivent pas un ordonnancement linéaire selon la hiérarchie croissante ou décroissante propre à ce schéma.

mathématiques transposées ; il n'en est rien. Car les mathématiques elles-mêmes déterminent en partie la manière dont elles seront enseignées, autrement dit l'organisation didactique. Les quatre derniers niveaux, en surplomb de la discipline, déterminent les conditions et contraintes venant de la pédagogie, de l'Ecole, de la société et de la civilisation et qui interviennent dans l'organisation didactique.

Ainsi, sur cet exemple, il s'agissait de montrer que l'enseignement du sujet concernant la détermination d'un intervalle de confiance en 2^{de} , s'il interagissait évidemment avec les niveaux mathématiques qui le contiennent, dépendait aussi fortement des niveaux surdidactiques. Par exemple, le niveau pédagogique, en lequel se trouve la recommandation de rendre les élèves actifs en classe, interfère avec celui de l'Ecole secondaire qui organise généralement l'enseignement sous forme de séances de 55 min. Comment concilier ces deux conditions qui peuvent se constituer en contraintes, puisque l'activité expérimentale des élèves, notamment en statistique où le nombre d'expériences aléatoires est forcément grand, risque d'entrer en opposition avec une durée insuffisante de la séance ? Dans le système éducatif secondaire des sociétés développées, le recours désormais massif aux calculatrices scientifiques, dont les coûts se sont considérablement réduits tandis que leurs capacités calculatoires augmentaient, permet de régler très simplement le problème. Ces calculatrices sont en effet munies d'une touche qui produit des nombres de manière aléatoire, et permet ainsi de simuler des expériences sans avoir à les mener (par exemple sans avoir à jeter un dé plusieurs centaines de fois) ; ce qui permet de gagner un temps considérable, utilement dégagé pour l'enseignement du savoir proprement dit. Une des conséquences du plongement de l'Ecole dans une civilisation alliant le progrès technique à la production de masse a fait continuellement baisser le prix de ces calculatrices depuis une quinzaine d'années ; au point que leur achat par les familles est devenu possible et que les lycéens en possèdent généralement tous une. Sans cet outil, il y a fort à parier que l'enseignement de l'intervalle de confiance en 2^{de} aurait été organisé de manière bien différente, voire même qu'il n'aurait pas été envisageable ; ce qui était d'ailleurs le cas à ce niveau avant le tournant des années 2000.

2. Deux exemples de remémoration pour l'action à partir des niveaux de codétermination didactique

Il était intéressant d'utiliser le modèle des niveaux de codétermination didactique pour étudier l'action du professeur à l'intérieur d'un type d'enseignement laissant de la place aux élèves

dans la recherche de réponses aux questions qui leur sont dévolues. De ce fait, les dimensions relevant de la topogénèse et de la dévolution y étant davantage mises en exergue, l'accès à certains phénomènes relevant de la sollicitation mémorielle des élèves, à travers l'action conjointe du professeur et des élèves, en est facilitée. L'occasion de telles observations m'a été donnée à deux reprises : en dépouillant l'enregistrement de plusieurs séances conçues à partir d'ingénieries didactiques conçues par Alain Mercier, portant sur l'enseignement des systèmes de deux équations à deux inconnues, et lors d'une observation de classe travaillant sur le développement de $(a + b)(c + d)$. Les résultats établis à partir de ce travail ont été consignés dans le rapport remis en 2003 à l'INRP pour la recherche 20010213 **[Document 11]** portant sur le travail du professeur, puis utilisés sur d'autres exemples pour ce qui concerne d'autres sujets (Matheron 2008a) **[Document 12]** et (Zarrouati & Matheron 2007).

Dans le premier type d'enseignement étudié, qui provient de la mise en œuvre d'une ingénierie didactique en classe de 3^e, on souhaite enseigner la nécessité de recourir à des systèmes de deux équations à deux inconnues ; objet mathématique que les élèves ne connaissent pas encore. Pour cela, il leur est d'abord proposé des problèmes qui peuvent être résolus en recourant aux systèmes de deux équations à deux inconnues mais aussi, lorsqu'on ne possède pas cette connaissance, en mobilisant seulement des raisonnements arithmétiques. Par exemple : « Dans une colonie de vacances il y a des dortoirs de 5 lits et des dortoirs de 7 lits. Il y a 79 dortoirs et 469 enfants dans la colonie, où il n'y a plus un lit libre. Dans cette colonie de vacances, combien y a-t-il de dortoirs à 5 lits et de dortoirs à 7 lits ? » Ainsi, si on désigne par x le nombre de dortoirs à 5 lits et par y celui des dortoirs à 7 lits, la mise en équations du problème conduit au système $\begin{cases} x + y = 79 \\ 5x + 7y = 469 \end{cases}$ que les élèves ne savent pas

résoudre et dont, dans un premier temps, ils n'ont même pas l'idée de l'écriture. A l'aide d'ostensifs qu'ils inventent pour l'occasion, de dessins qui représentent des dortoirs, en formulant des hypothèses du type « s'il n'y avait que des dortoirs à 5 lits, ou uniquement à 7 lits, alors ... », etc., ils parviennent, grâce à des calculs arithmétiques élémentaires, à proposer des solutions valides. La complexité croissante des problèmes du même type proposés par la suite les conduit, dans un second temps, à abandonner ces techniques frustes pour écrire des équations et enfin, parvenir à les résoudre. Les élèves recherchent tout d'abord des indices, par exemple en sollicitant le professeur, puis en trouvant à la lecture des énoncés de problèmes. Ils permettent aux élèves de comprendre assez facilement que les problèmes

relèvent sans doute du domaine des Travaux numériques⁵². On peut suivre alors le cheminement de certains élèves ; le problème, et parfois quelques indications du professeur, les ont replacés au sein d'un niveau de codétermination didactique, dans ce cas le numérique. On retrouve en ce point l'une des intuitions sociologiques d'Halbwachs : pour se souvenir, se replacer au point de vue du groupe. Dans le cas de l'enseignement des mathématiques, il ne s'agit plus simplement du groupe mais des pratiques qui s'y sont accomplies et desquelles sont issues des connaissances mathématiques transformées désormais en savoirs ; ce qui explique que la mémoire de ces pratiques se soit, d'une certaine manière, cristallisée dans le savoir, et que les situations qui l'ont généré soient en grande partie oubliées. Le souvenir des interactions des personnes avec le savoir a ainsi été en grande partie renvoyé à la sphère privée des personnes, pour ne conserver dans une mémoire publique que l'organisation générale de ce qui relève du résultat de l'activité et constitue le cadre plus ou moins stabilisé des connaissances relatives à un niveau d'organisation mathématique.

J'ai continué de croiser cette intuition venue du père de la sociologie de la mémoire avec ce que Y. Chevallard (2008) a récemment identifié sous le nom de « dialectique des médias et des milieux », afin d'analyser ce dont on se souvient et ce qui se fait, ou peut se faire, avec les objets mathématiques d'un niveau de codétermination didactique donné. Dans la dialectique des médias et des milieux, le terme de « milieu » est pris dans le sens premier que la Théorie des Situations Didactiques lui avait donné et qui est rappelé au début de cette partie : un système antagoniste dénué d'intentions. Celui de « média » est pris dans le sens qu'on lui connaît et se trouve donc, à l'opposé, porteur de l'intention d'informer ; et donc d'enseigner depuis le point de vue de celui qui se trouve en position didactique ou autodidactique⁵³. Le professeur, lorsqu'il enseigne, c'est-à-dire lorsqu'il montre ou dit le savoir, est évidemment un média qui informe. Mais un média peut aussi, en certaines circonstances, et pour une ou des personnes données, devenir un milieu. Par exemple, voulant m'informer sur la pollution en mer Méditerranée et consultant pour cela des médias, par exemple l'Internet, je peux apprendre, au détour d'une question relative à la disparition de certaines espèces de poissons, que s'y développe une algue tueuse de l'herbier de posidonies dont ils se nourrissent. Une telle rétroaction peut m'inciter à approfondir mon étude, aller rechercher le nom de cette

⁵² Dans le programme de mathématiques du Collège en vigueur lors de cette observation, il existait trois grands domaines auxquels étaient familiarisés les élèves car courant de la 6^e à la 3^e : Travaux numériques, Travaux géométriques, Organisation et gestion des données ; fonctions.

⁵³ Le dictionnaire en ligne CNRTL du CNRS donne la définition suivante de média : « Tout moyen de communication servant à transmettre et à diffuser des informations, des œuvres. »

algue, la *caulerpa taxifolia*, ses effets, son mode de reproduction et sa vitesse de propagation, etc. On voit ainsi que l'instruction de la question initiale nous ayant, dans un premier temps, engagé dans la recherche de médias pouvant apporter une réponse, la rétroaction d'un média informant sur une partie de celle-ci peut, dans un second temps, être aussi considérée comme provenant d'un milieu. Une telle rétroaction engage à son tour vers la recherche d'une mise à disposition d'autres médias fournissant des éléments de réponse permettant d'instruire la question initiale, et ainsi de suite. Cette quête passe, ou devrait nécessairement passer, par la recherche d'un milieu, en tant que système antagoniste dénué d'intentions, permettant la validation d'éléments de réponse recueillis dans les médias, puisque ceux-ci délivrent intentionnellement des informations dont il convient de vérifier la validité.

La description précédente est celle d'un schéma au cours duquel la dialectique média – milieu fonctionne à plusieurs reprises au sein d'un processus d'étude continué. Son moteur étant celui du questionnement, de l'interrogation et de la mise en doute, il n'en est pas forcément ainsi dans l'ordinaire de l'enseignement. Néanmoins, il a été possible de montrer quelques gestes du professeur au cours des phases de dévolution alors qu'il indique, sans trop en dire toutefois⁵⁴, la nécessité d'un remplacement dans un niveau de codétermination didactique à partir duquel cette dialectique peut s'enclencher. En effet d'une part, le niveau est institutionnellement riche en objets de savoir : ceux qui, précisément, relèvent des organisations mathématiques dans lesquelles est pris le savoir dont l'institution vise l'enseignement, et il peut ainsi fonctionner aussi en tant que média. D'autre part, le travail de la mémoire pratique de l'élève consiste à organiser, parmi les souvenirs qu'elle peut rappeler, un ensemble de moyens qui permettent la construction de l'organisation mathématique recherchée ; cette organisation peut se faire par un jeu plus ou moins implicite de rétroactions d'un milieu. Après indication, soit par l'enseignant, soit par le texte du problème, du niveau en lequel se placer, la régulation opérée par l'enseignant peut consister à maintenir les élèves à ce niveau de codétermination, et c'est alors un geste de rétention didactique. Elle peut aussi, au contraire, consister à accompagner en la validant la décision de changer vers un autre niveau contenant moins d'objets, lorsque les raisons du déplacement invoquées par les élèves sont légitimes relativement au savoir⁵⁵. Le professeur peut aussi rester le garant de la légitimité épistémologique des décisions des élèves qu'il arbitre, assumant un rôle de milieu

⁵⁴ On retrouve sans doute ici la notion de « rétention didactique » proposée par Sensevy G. et Quilio S. (2002)

⁵⁵ Les observations auxquelles il est fait référence dans ce passage sont consignées dans la recherche INRP 20010213 de 2003, mentionnée plus haut, et portent sur les exemples des systèmes et du développement de $(a+b)(c+d)$.

contrôlant la validité des actions et propositions. Mais j'ai pu montrer (*cf.* rapport à l'INRP sur le travail du professeur en 2003 [Document 11]) que la sélection pertinente de certains des éléments présents au niveau de codétermination didactique, pour la création d'un ensemble de ressources permettant la résolution de la tâche problématique dévolue, est, dans les deux exemples sur lesquels s'appuie ce propos, de la responsabilité des élèves ; tout au moins dans les premières phases d'attaque du problème qui précèdent la mise en commun des tentatives de solutions trouvées.

Les éléments constitutifs d'un milieu éventuel pour la validation nécessitent une certaine part de réflexivité, d'excentration, en tout cas un changement de posture ; « on n'agit plus sur », mais « on reçoit des rétroactions de ». Dans le rapport mentionné relatif au travail du professeur, on s'aperçoit que pour les deux cas étudiés – les systèmes de deux équations à deux inconnues et le développement de $(a + b)(c + d)$ –, à travers le jeu que le professeur mène avec les élèves, il les oriente vers un milieu pour la validation.

Dans le premier cas, celui qui est relatif à l'enseignement des systèmes, le travail de recherche de deux élèves de 3^e les a conduits vers une bifurcation didactique⁵⁶ : au lieu de se lancer dans des problèmes arithmétiques élémentaires qui ne nécessitent guère que des connaissances venant de l'école élémentaire, ils se réfèrent indûment au PGCD qu'ils ont étudié au cours de cette année. Le professeur intervient : « Donc, vous avez calculé avec le PGCD ; c'est marrant ! Vous avez pensé aux problèmes d'arithmétique qu'on a vus en début d'année. Et avec le PGCD, ça marche ! Expliquez-moi un peu. » Il leur signifie de la sorte, à travers les expressions utilisées – « c'est marrant », « ça marche » –, ce qui peut être interprété comme une réaction dubitative engageant une mise en doute de la solution proposée. C'est d'ailleurs ce que les élèves conviennent en disant que leur « méthode ne marche pas » pour un des problèmes (en fait, elle ne convient pour aucun) : « P : Il faut quand même que vous précisiez que votre première méthode, par soustractions, elle ne marche pas pour les autres. Et pourquoi elle ne marche pas dans le dernier problème ? Un des élèves : Y'a pas de nombre pair ! »

On voit à travers cet exemple, que l'indication de nombres à chercher, deux dans ce cas et qui ne peuvent qu'être entiers, ainsi que l'adhésion des élèves au contrat didactique, les a conduits à se remémorer « ce qu'on attend qu'ils fassent en 3^e lorsqu'on leur demande de travailler

⁵⁶ Le concept de « bifurcation didactique » a été proposé par Claire Margolinas (2004) dans sa note de synthèse pour l'HDR, pages 90 à 96, en liaison avec le dédoublement des situations didactiques.

avec deux entiers ». Or, avec deux nombres entiers, le programme de la classe demande de calculer le PGCD. L'interprétation de l'ostensif « deux nombres », à travers le prisme du contrat didactique, les conduit à se placer au niveau de l'arithmétique. Cette période de la séance où les élèves s'engagent dans l'exploration de techniques permettant l'atteinte de la réponse, autorise le recours à certains souvenirs plus ou moins précis : ils sont placés dans une phase de tâtonnement et de propositions dont ils ne sont pas certains. L'intervention du professeur, en tant que média, dans le but d'invalider cette technique mais tout en laissant les élèves continuer à chercher, est interprétée par les élèves comme une invalidation seulement partielle, validant néanmoins un remplacement au niveau de l'arithmétique ; elle entraîne les élèves à penser que la réponse est à trouver depuis ce niveau, ce qu'ils font en invoquant alors la parité des nombres. Autrement dit, à travers cet échange, les critères pour une validation sont interprétés par les élèves comme restant à rechercher au niveau des connaissances plus ou moins stabilisées relatives à l'arithmétique ; ce domaine pouvant rétroagir comme un milieu.

Comme on l'a dit, le deuxième cas étudié est relatif à l'enseignement en 4^e du développement de l'expression $(a + b)(c + d)$. La problématique du sujet à enseigner est judicieusement amenée auprès des élèves, d'une manière qui peut leur apparaître inattendue, car au sein d'un problème plus vaste de géométrie. Les élèves se placent sans peine aux niveaux des organisations mathématiques grâce auxquelles la solution de la tâche problématique peut être construite. En effet, les ostensifs rencontrés « parlent d'eux-mêmes » puisqu'il s'agit de la résolution de l'équation $(x - 1) \times (x + 2) = x^2$, sur laquelle butent les élèves en raison du produit situé dans le membre de gauche. Ils savent évidemment qu'il s'agit de se placer dans le domaine des nombres, appelé désormais « Travaux numériques », plus précisément dans le secteur de l'algèbre, appelé désormais « expressions littérales ». Ils identifient sans peine le thème : la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Ils ont, dans la classe précédente de 5^e, rencontré un sujet relatif à ce thème : l'égalité $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$. Ils se remémorent ce savoir : « P : Ces parenthèses-là, comment on fait pour les supprimer ? Des élèves répondent : C'est la distributivité ! » Malgré l'indication du professeur qui précise qu'il y a dans ce cas une difficulté car « il y a deux parenthèses » et la réponse d'un élève, redoublant peut-être, qui énonce à haute voix que l'on résout la difficulté par une utilisation plus judicieuse de la distributivité (« C'est pareil ! »), le reste de la classe n'entend pas sa réponse et se lance dans des tentatives de résolution qui seront infructueuses. Néanmoins, un élève croit avoir trouvé et il est invité à exposer sa réponse au tableau. Il propose d'écrire

$(1 \times x - 1 \times 1)(1 \times x + 1 \times 2)$ et de factoriser par 1. Le professeur lui demande à quoi cela sert-il et l'élève s'aperçoit alors que ce qu'il a fait ne permet pas de résoudre le problème.

Dans cet exemple encore, le rôle du professeur est de nouveau déterminant pour la confrontation des élèves avec un milieu. Il ne donne pas la réponse qui serait alors perçue comme une rétroaction brutale, du type « non, ce n'est pas cela », relevant seulement de son autorité et non du savoir. Sachant par avance que la réponse proposée n'est pas la bonne, il envoie au tableau l'élève qui la propose. Peut-être souhaite-t-il ainsi engager le débat ou montrer à la classe que la voie proposée par cet élève, et peut-être suivie par d'autres, est une impasse. Néanmoins, il favorise pour cet élève une sorte de prise de recul par rapport à son engagement dans une tentative de solution. La question du professeur, lui demandant à quoi cela sert-il, agit sur l'élève comme une rétroaction d'un milieu ; elle est interprétée comme une invalidation de l'action relativement au but poursuivi qui consiste à développer l'expression algébrique.

III. Discussion de la notion de « milieu » telle qu'elle apparaît en Théorie des Situations Didactiques

1. Position du problème et démarcation

Les deux exemples étudiés dans le paragraphe précédent conduisent à interroger les définitions du « milieu » et de « l'actant » données en Théorie des Situations Didactiques. Guy Brousseau donne une entrée « Actant, Milieu » dans son « Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques » (2003)⁵⁷. On y lit que « dans une situation d'action, on appelle “ milieu ” tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit. L'*actant* est “ ce ” qui dans le modèle agit sur le milieu de façon rationnelle et économique dans le cadre des règles de la situation. En tant que modèle d'un élève ou plus généralement d'un sujet, il agit en fonction de son répertoire de connaissances. [...] Le *milieu d'un concept mathématique* est l'agrégat des milieux des situations où les connaissances liées à ce concept apparaissent comme moyen de résolution. Exemple : la feuille de papier, la règle graduée et le compas engendrent le milieu de la géométrie plane euclidienne. »⁵⁸

⁵⁷ http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf

⁵⁸ On relèvera la curieuse formulation « milieu d'un concept mathématique » que je ne reprends pas à mon compte. Les lignes qui suivent interrogent cette définition du milieu ainsi que l'exemple qui l'illustre.

Une situation d'action est une situation adidactique en théorie des situations ; c'est-à-dire une situation où l'enseignant n'intervient pas sur l'action de l'élève spécifique des connaissances visées, même s'il peut lui fournir des outils pour agir ; précisément parce que c'est de cette action, et des rétroactions, qu'émergent des connaissances. Ce qui agit sur l'élève, dans la définition donnée par G. Brousseau, ne provient pas de l'enseignant, mais d'un milieu adidactique. Revenant à la définition première donnée par G. Brousseau, si le milieu d'un objet mathématique (qui resterait à définir) est sans doute, dans une optique matérialiste, fait d'une agrégation, on peut se demander si le souvenir des milieux des situations dans lequel l'objet est pris est bien présent chez l'actant et, au-delà, de quoi est fait cet agrégat. Il m'apparaît nécessaire, utilisant cette définition, de ne pas verser vers une sorte d'absolu transcendantal pour lequel un concept existerait en lui-même et dont « le milieu serait l'agrégat des milieux des situations où les connaissances liées à ce concept apparaissent comme moyen de résolution » ; une sorte d'objet possédant une potentialité.

Bien que définie à partir d'un milieu et d'une situation, appréhender le « concept de concept » risque d'entraîner vers un cours idéaliste. Car la pratique relève de l'humain, c'est-à-dire de ceux qui agissent, travaillent, utilisent des chaînes d'action et sont dotés d'une mémoire pour activer les objets du milieu ; autrement dit, un concept existe pour quelqu'un, pour une institution à partir des pratiques qui s'y déploient et il n'a pas d'autre existence que celle-ci. Les propriétés physiques, et socialement attribuées aux objets du milieu, favorisent et contraignent l'action. Ainsi, par exemple, on ne peut tracer un cercle avec une règle, et la feuille de papier n'est qu'un objet de forme rectangulaire, dont il a été décidé qu'elle *représenterait* une partie limitée d'un plan illimité ; qui est, quant à lui, un objet mathématique (par exemple défini à partir de deux vecteurs non colinéaires). Evoquer « le cadre des règles de la situation » afin d'agir sur ce milieu, suppose que ces règles aient été, consciemment ou non, rencontrées, qu'elles soient incorporées, et que leur usage soit stabilisé, non problématique ; autrement dit cela suppose un contrat didactique propre à la situation. Aussi, dans l'exemple utilisé par G. Brousseau, se rapportant au milieu de la géométrie euclidienne, il m'apparaît nécessaire de tenir compte d'un élément central dont l'absence ne peut rendre qu'imparfaitement compte des déterminants de « l'actant ». Celui qui agit sur la feuille de papier connaît l'usage du compas et sa propriété de report des distances ainsi que l'usage de la règle. Il travaille sur un trait rectiligne qui, pour l'institution didactique dont il est sujet, n'est qu'une *représentation* d'une droite, la feuille sur laquelle est tracé ce

trait n'est qu'une *représentation* d'un plan qui n'est à son tour qu'une *représentation* partielle du monde sensible dans lequel nous évoluons. Ce n'est donc pas la feuille de papier, la règle et le compas qui engendrent le milieu de la géométrie euclidienne plane, si tant est que cela puisse être, mais celui qui les utilise, possède des connaissances pour cela dont la plus grande partie sont d'ordre social, en engrange de nouvelles issues de ses manipulations et qui se constituent en propriétés ou théorèmes. Elles se constituent ensuite *en milieu* interdisant certaines actions (par exemple l'impossibilité d'un triangle dont la somme des angles serait autrement qu'égale à deux droits) et *en média* (par exemple en fournissant une quantité de renseignements relatifs aux propriétés des figures planes) qui favorisent ou informent sur les actions à venir. La réalité tient donc plutôt au fait qu'un concept émerge des pratiques dont l'institution a décidé de prononcer la similitude ou la proximité.

Celui qui agit possède une mémoire faite de souvenirs pour la réalisation de ses actions, leur anticipation, le souvenir de ce qu'elles produisent, et faite aussi de l'oubli des stratégies peu économiques pour une pratique donnée, au profit de celles qui le sont. La nécessaire institutionnalisation, qui indique ce qui mérite d'être retenu, provoque l'oubli de ce qui relevait de l'édification du savoir, et qui n'a servi qu'un temps, pour son émergence ; les phénomènes contingents qui sont advenus sont institutionnellement oubliés, eux aussi, parce qu'ils ne relèvent pas du savoir. J'ai pu constater et expliquer, sur le cas de deux élèves « bien assujettis » au temps didactique (Matheron 2000 et 2002), c'est-à-dire dont les rapports aux savoirs sont très proches de ceux institutionnellement attendus, les raisons pour lesquelles les souvenirs des techniques antérieurement enseignées, mais coûteuses, disparaissent lorsque des techniques plus économiques sont par la suite apprises. L'oubli est tel que ces deux élèves disent le 28 mars, alors qu'ils visionnent les séances des 4 et 5 février dans la classe où ils étaient présents, avoir résolu les exercices de ces jours-là grâce à une technique ignorée d'eux à cette époque ! Ils ont oublié la manière grâce à laquelle ils ont résolu le problème, alors qu'ils se souviennent d'autres faits connexes des séances des 4 et 5 février. Le tableau ci-dessous représente les techniques de février et celles apprises depuis pour la résolution de l'équation $\ln x^2 + \ln x = 2$.

Technique institutionnalisée en classe les 4 et 5 février et justification technologique	Technique décrite par les élèves le 28 mars et justification technologique
$2\ln x + \ln x = 2$ (car $\ln x^n = n\ln x$)	$2\ln x + \ln x = 2$ (car $\ln x^n = n\ln x$)
$3\ln x = 2$ (car $2 + 1 = 3$)	$3\ln x = 2$ (car $2 + 1 = 3$)
$3\ln x = 2\ln e$ (car $\ln e = 1$)	$\ln x = \frac{2}{3}$ (car $ax = b \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$)
$\ln x^3 = \ln e^2$ (car $n\ln x = \ln x^n$)	$x = e^{\frac{2}{3}}$ (car $\ln x = a \Leftrightarrow x = e^a$)
$x^3 = e^2$ (car \ln bijection)	
$x = \sqrt[3]{e^2}$ (car définition de la racine cubique)	

Cet exemple montre que deux pas de moins, soit un tiers des pas, permettent la résolution de la même équation pour la technique apprise entre le 4 février et le 28 mars, que le confort procuré par l'écriture ostensive $\ln x = a \Leftrightarrow x = e^a$ économise aussi le recours à divers non ostensifs comme le souvenir de la base du logarithme népérien ou la bijection, que le niveau de complexité des éléments technologiques à mobiliser pour justifier et contrôler la mise en œuvre de la technique est plus bas. Il y a de la sorte recouvrement du souvenir de techniques coûteuses par d'autres, à l'usage plus simple.

C'est d'ailleurs ce qui explique qu'un enseignant de mathématiques doive souvent « réapprendre » des mathématiques pour pouvoir les enseigner : ses connaissances sont en effet relatives à une réorganisation économique du savoir, alors qu'il doit enseigner une organisation du savoir peu économe en gestes à accomplir⁵⁹. Il y a donc, de ce point de vue, ce qu'on pourrait désigner comme *une distance aux souvenirs des milieux* des situations d'où les connaissances sont apparues⁶⁰. L'oubli est une nécessité pour apprendre du nouveau, ou

⁵⁹ Les mathématiques, transposées ou non, portent ce principe d'économie déjà mis en évidence par Descartes. Sur le seul exemple de l'enseignement, les coûteuses techniques algébriques pour étudier les variations d'une fonction f sur des intervalles en déterminant le signe de $f(x_1) - f(x_2)$ deviennent caduques lorsqu'on n'a plus qu'à étudier le signe de sa dérivée ; une grande partie de la géométrie élémentaire se traite simplement lorsqu'on dispose de la notion d'espace vectoriel euclidien, etc.

⁶⁰ En Théorie anthropologique du didactique (TAD) les connaissances sont modélisées en termes de « rapport à... » des objets mathématiques. Les rapports sont essentiellement de deux types : rapport personnel et rapport

s'engager dans l'action ; ce qu'avait déjà montré Descartes dans le *Discours de la méthode* et les *Règles pour la direction de l'esprit*⁶¹. Qui se souvient des milieux des situations d'où ont émergé ses connaissances sur la multiplication des entiers et sur celle des décimaux, même s'il peut en construire de nouveaux pour enseigner ces notions à des élèves ?

A la suite du travail de modélisation proposé par G. Brousseau lors de la IV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques en 1986, Claire Margolinas (2002) a construit un schéma relativement complexe, dit de « structuration des milieux et des situations », et tenant compte des positions de professeur et d'élève. Le voici tel qu'il est présenté dans les actes de la XI^e école d'été de didactique des mathématiques, auquel je lui ai adjoint une colonne indiquant ce qui relève des niveaux didactique, sur-didactique et a-didactique

M3 : M de construction		P3 : P noosphérien	S3 : situation noosphérienne	Sur-didactique
M2 : M de projet		P2 : P constructeur	S2 : situation de construction	
M1 : M didactique	E1 : E réflexif	P1 : P projecteur	S1 : situation de projet	
M0 : M d'apprentissage	E0 : Elève	P0 : Professeur-pour-l'élève	S0 : situation didactique	Didactique
M-1 : M de référence	E-1 : E apprenant	P-1 : professeur observateur	S-1 : situation d'apprentissage	A-didactique
M-2 : Milieu objectif	E-2 : E agissant		S-2 : s. de référence	
M-3 : M matériel	E-3 : E objectif		S-3 : s. objective	

Je n'ai pas choisi de suivre cette modélisation car, même si elle peut se révéler efficace pour la conception et l'analyse d'ingénieries didactiques puisqu'elle en permet une analyse *a priori*, elle devient d'une redoutable difficulté pour un usage dans l'analyse de l'enseignement

institutionnel. Il m'apparaît nécessaire de prendre en compte, au cours du processus didactique, l'émergence d'une forme de rapport que l'on peut qualifier d'officiel car c'est celui que l'on établit collectivement et qui va évoluer vers le rapport institutionnellement attendu.

⁶¹ C'est ce qu'explique Descartes dans la règle XVI où il expose l'idée que les notations, comme $2a^2$ ou $\sqrt{a^2 + b^2}$, soulagent la mémoire car « nous appliquerons facilement cette solution, sans aucun secours de la mémoire, au sujet particulier dont il sera question, car rien ne peut jamais être abstrait que d'un sujet moins général ».

« standard », bien qu'elle ait aussi été conçue pour cela, et que certains didacticiens y parviennent.

Lorsqu'on se réfère à la modélisation du milieu proposée par G. Brousseau dans son cours de la IV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, les niveaux supérieurs à celui du milieu matériel, c'est-à-dire les niveaux des milieux objectif, de référence, d'apprentissage et didactique, sont définis en évoquant la pensée, l'imagination, la représentation, la réflexion. Citons un bref extrait de ce cours dont certains passages reproduits sont en italique⁶², en précisant que : « Un élève qui *s' imagine agissant* sur M4 se trouve dans la position S3. Les rapports de S4 et de S3 avec leurs milieux respectifs sont radicalement différents. Les premiers sont des rapports d'action, les seconds, *plus réflexifs*, se rencontrent dans des situations de formulation ou de preuve. Un élève peut se trouver dans une position S3 sans que la position S4 ait été réalisée ni même soit envisagée ; Dans ce cas, le sujet S3 *observe M4 sans imaginer* entrer en interaction avec lui ce qui peut limiter sensiblement ses possibilités de raisonnement. » La définition des milieux propres aux divers types de situations autres qu'objective suppose, dans la modélisation proposée par G. Brousseau, le recours à ce qui est du domaine de la pensée ; ce qui n'est donc pas nécessairement observable. Au-delà de cette complexité d'usage, le fait que cette modélisation ne prenne pas en compte certains éléments exposés dans la suite de ce chapitre, m'apparaît une difficulté de nature conceptuelle et méthodologique, bien que ce modèle puisse avoir une valeur heuristique pour la conception et le contrôle de certaines ingénieries.

Plusieurs questions résultent des définitions discutées dans le paragraphe précédent. Quels sont les outils pour cette pensée ? Prennent-ils une certaine matérialité, et si ce n'est pas le cas, comment attester de la réalité de milieux qui sont de l'ordre de l'imagination, la représentation ou la réflexion, pour reprendre les expressions utilisées par Brousseau lors de la IV^e école d'été de didactique des mathématiques, autrement qu'en les inférant ? Dans le prolongement de la modélisation des milieux qu'elle a proposée, et qui est résumée dans le tableau précédent, C. Margolinas (2004) tente de donner davantage de consistance matérielle, et non idéale, aux définitions des différents milieux. Sur l'exemple d'une bifurcation didactique (la possibilité ou non, pour le carré d'un nombre, d'être négatif, pages 90 à 105 de sa note de synthèse pour l'HDR), elle cite certains objets de ces milieux qui ont une existence

⁶² Les numérotations des milieux et des situations ont changé entre la IV^e (cours de G. Brousseau) et la IX^e Ecole d'été (cours de C. Margolinas)

matérielle : nombres relatifs, multiplication, définition du carré d'un nombre, réponses des élèves, preuve d'impossibilité, signes, parenthèses, écritures numériques, conflit d'interprétation, etc. Il s'agit alors d'objets ostensifs (qui ont une existence sensible, perceptible) parce qu'issus du langage ou de l'écriture, voire de la gestuelle, et qui évoquent des non-ostensifs (les concepts, les idées) tels que les nombres, une définition, une opération, une règle à suivre. Ces concepts prennent ainsi une certaine matérialité : symboles et écritures que l'on manipule, langage et discussion allant jusqu'au conflit d'interprétation entre élèves. Une telle matérialité engage, dans tous les cas, des actions ou des références à des actions, qu'elles soient de nature mathématique ou simplement sociale, obéissant ou aboutissant à des règles : soit parce que leur usage et leur interprétation sont stabilisés et connus au sein de la classe, soit parce le conflit d'usage ou d'interprétation a été tranché ou est en passe de l'être.

C'est ce que l'on peut observer dans l'ordinaire des classes dès lors qu'on laisse les élèves étudier en s'engageant dans une dynamique de recherche. Le travail mené dans l'équipe AMPERES fournit des cas d'observations de tels phénomènes au cours desquels les élèves, dans un premier temps, étendent, parfois au-delà de leur champ de validité, l'usage des ostensifs dont ils sont familiers afin de résoudre les problèmes nouveaux auxquels on les confronte. Ainsi par exemple, la recherche par des élèves de 5^e d'opérations du type $2 + (-7)$ afin d'établir la règle de calcul de la somme de deux relatifs, les conduit-elle à proposer des résultats comme 5, -9, 9 ou -5. Les ostensifs + et - associés aux ostensifs 2 et 7 permettent l'engagement des élèves dans le souvenir de certains calculs antérieurs qu'ils évoquent ; on retrouve en ce point ce que nous écrivions à propos de l'anticipation du futur. Le rôle de directeur d'étude dévolu au professeur consiste alors, afin de trancher les conflits nés des diverses propositions d'élèves, à rappeler la nécessité d'établir la validité des résultats à partir des règles du travail mathématique en usage : donc en démontrant mathématiquement la vérité du résultat proposé, c'est-à-dire à produire un discours technologique qui obéissent aux règles en usage en mathématiques.

2. Redéfinir la notion de « milieu » : le milieu pour l'étude

Dans le chapitre Zarrouati & Matheron (2007), nous avons tenté d'utiliser une définition élargie du milieu, fait d'ostensifs qui y sont présents et de non ostensifs qu'ils évoquent, c'est-à-dire faisant appel à une mémoire. On y regardait les causes d'une bifurcation didactique sur l'exemple des deux élèves qui utilisent un PGCD pour résoudre un problème arithmétique

modélisable par un système de deux équations à deux inconnues. L'explication tenait dans le fait que les ostensifs présents dans l'énoncé du problème appellent des non-ostensifs qui, en retour, appellent des ostensifs et des pratiques ne conduisant pas forcément à la construction de la réponse. Dans ce cas, le fait que l'énoncé du problème contienne des nombres appelait le vaste domaine du calcul, constitué d'une multiplicité de non-ostensifs. Parmi eux, poser une question portant sur deux nombres entiers pouvait appeler le non-ostensif « PGCD de deux nombres » d'autant plus facilement qu'une des règles d'usage, qui provient du contrat didactique, stipule que pour résoudre un problème, on doit utiliser les connaissances précédemment enseignées, et généralement celles de l'année. Le rappel mémoriel induit par certains ostensifs présents dans l'énoncé du problème permet ainsi la création d'un ensemble de ressources, dès lors que les élèves se replacent au sein d'une partie de leurs connaissances communes qu'ils sont parvenus à circonscrire, et dont ils conviennent de la reconnaissance à travers leur discussion ou leurs gestes (prendre une calculatrice, rechercher, dans leurs cahiers, le cours qui correspond). Il est possible que ces connaissances communes ne soient pas tout à fait complètes, qu'elles puissent être jugées en partie erronées relativement au savoir, mais ce « fond commun » constitue un environnement qui agit à la fois comme milieu (on se souvient qu'existe une technique pour déterminer le PGCD de deux nombres) et comme incitateur à une recherche de média (une recherche de la technique dans le cahier ou le manuel de la classe, la sollicitation de camarades de classe ou du professeur pour une réponse, etc.)

Une telle dialectique fondamentale entre milieu et média semble être celle de l'étude, à partir de laquelle se construit la connaissance. Tout n'est pas à réinventer, des réponses existent dans divers médias, le déclencheur d'une recherche consciente dans de tels médias est fourni par les rétroactions du milieu qui permet « la rencontre de son ignorance ». On peut alors délimiter le cadre de la réussite scolaire, et par opposition, celui de l'échec : parvenir à se confronter à des milieux matériels ou faits de ses propres connaissances, dont les rétroactions indiquent un manque, un besoin de savoir, puis savoir comment rechercher des éléments de réponses dans des médias, qui peuvent être matériels eux aussi, ou faits de connaissances anciennes qui prennent alors sens, ou un autre sens, tout à coup. Le recours à un milieu ou un média constitués de ses propres connaissances nécessite une mémoire qui peut être privée, lorsqu'il s'agit d'une étude personnelle, ou en partie publique, dans le cas d'une étude collective comme elle se mène dans une classe ou au sein d'un petit groupe d'élèves.

L'analyse de la situation dans laquelle se trouve une classe peut être menée du point de vue d'un observateur qui connaît les rapports institutionnels attendus à l'objet et observe ceux qui sont en train d'être construits dans la classe. Pour lui, l'ensemble des ostensifs matériellement présents et des non-ostensifs qu'ils peuvent évoquer auprès des élèves et du professeur, constitue un univers de connaissances fait des rapports sous contrat établis, ou à établir, aux ostensifs et non-ostensifs et au travail mathématique qu'ils permettent d'accomplir. Par exemple, l'expression $(a + b)(c + d)$ contient des ostensifs qui indiquent en partie ce qui est à faire ; la distributivité en tant que non-ostensif, si elle est appelée par certains des ostensifs (les parenthèses), commandera les divers pas dans lesquels s'engager pour la mise en œuvre de la technique adéquate, afin de transformer ce produit de deux sommes en somme de produits partiels. Dans le chapitre Zarrouati & Matheron (2007), nous avons alors désigné l'univers cognitif fait de couples (ostensif ; non-ostensif évoqué) et de rapports relatifs au contrat institutionnel qui y sont établis comme étant un milieu constitué afin de pouvoir résoudre le problème, posé à une classe de 4^e, du développement de $(a + b)(c + d)$. Cette définition d'un milieu doit être prise, comme cela a été dit dans le paragraphe précédent, dans un sens plus large que celui qui ne le considère que comme système antagoniste de l'actant, lui renvoyant des rétroactions⁶³. Ce type de milieu contient sans doute une dimension adidactique qui le fait voir comme un système antagoniste : par exemple, le fait de trouver, à l'issue d'un calcul, une probabilité négative ou supérieure à 1, est une rétroaction du milieu mathématique d'étude dans une situation de validation (dans ce cas d'invalidation) de l'action conduisant à un tel résultat. Le non-ostensif constitué de la définition d'une probabilité comme mesure à valeurs comprises entre 0 et 1 est, en effet, un objet d'un tel milieu et remplit, dans le cas de cet exemple, une fonction adidactique. Ce milieu pour l'étude contient aussi une dimension qui le fait voir comme un média parce qu'il informe : par exemple, ostensifs et non ostensifs d'un tel milieu peuvent conduire à recourir au cahier de cours ou au manuel afin de se rappeler une technique ou un élément technologique (théorème ou définition), ou encore d'apprendre dans ce média du nouveau que l'on ignorait.

⁶³ Une brève visite au dictionnaire révèle l'étendue de la polysémie du terme « milieu ». Je l'utilise pour ma part dans le sens « d'environnement », étant entendu qu'il s'agit de l'*environnement* de l'élève, pris au sens générique, *pour l'étude des mathématiques* ; que cet environnement soit matériel, social (les règles à respecter) ou symbolique et évoqué, que cette matérialité relève des mathématiques proprement dites (de leurs écritures ou notations, des gestes nécessaires pour les pratiquer) ou de l'environnement qui peut paraître externe aux mathématiques, comme un tableau, un bureau, des camarades de classe, le professeur, des livres, l'Internet, etc. Il va de soi que la notion d'environnement supposant un découpage dans la réalité, une telle définition du milieu nécessite que les termes qui président au découpage soient précisés. Il en allait déjà ainsi pour l'usage du terme de « milieu » en théorie des situations didactiques.

Une telle définition élargie de la notion primitive de « milieu » donnée en didactique des mathématiques depuis la Théorie des Situations Didactiques, parce qu'elle inclut les médias, va encore au-delà du premier élargissement opéré en Théorie Anthropologique du Didactique qui le considère comme « un ensemble d'objets institutionnels qui, pour les sujets du SD [*système didactique*], aillent de soi. Des objets O , donc, tels que les rapports institutionnels $R(p, O)$ (où $p = e, E$)⁶⁴ soient *localement stables* » (Chevallard, 1992). Une telle « stabilisation » résultant d'un « phénomène de *désinstitutionnalisation apparente des objets et rapports institutionnels*, contemporain d'un dépérissement relatif des relations institutionnelles à propos des objets considérés, processus par lequel les acteurs pourront vivre l'illusion d'un “accès” à ces objets qui soit *non assujetti à l'institution*. [...] De tels sous-systèmes d'objets vont assumer, pour les acteurs de l'institution, une fonction de *milieu*, celui-ci apparaissant doué d'une objectivité échappant au contrôle et à l'intentionnalité de l'institution : on pourra dire alors que le milieu est “*a-institutionnel*” » (Chevallard, 1989). C'est ainsi, par exemple, que pour un lycéen, le fait que l'aire du rectangle soit égale au produit de sa longueur par sa largeur apparaît généralement comme un objet naturalisé, et non plus comme une propriété établie et qui a été étudiée à la transition entre l'école primaire et la classe de 6^e. La définition que j'ai adoptée pour « le milieu » est donc très proche de celle donnée en 2007 par G. Sensevy pour « la référence » dans la théorie de l'action conjointe : « les normes pérennes du contrat didactique, plus ou moins spécifiques, vont faire partie de ce contexte cognitif commun, sur l'arrière-fond duquel les transactions didactiques vont pouvoir se dessiner. Ces significations communes, dans la construction d'une commune *référence*, sont indispensables à la production des stratégies gagnantes. » Définition complétée en 2008 dans un article de F. Ligozat & F. Leutenegger qui voient « la référence » comme un « monde supposé partagé par les instances de la relation didactique (même si ce n'est qu'une fiction) et c'est [*la construction d'une référence commune*] une des dimensions essentielles du travail du professeur ».

On retrouve, dans leur article, la préoccupation qui est la mienne et qui a été exposée dans les lignes qui précèdent : « Cette option permet de caractériser avant tout le système d'objets et de tâches auquel les élèves ont affaire et de ne pas poser *a priori* l'existence d'un milieu mathématique (au sens de Brousseau, 1990) qui aurait des caractéristiques a-didactiques (système antagoniste à l'action de l'élève) de nature à porter des phases d'action, formulation

⁶⁴ p désigne la position possible occupée par un sujet de l'institution I ; soit, généralement, e pour la position « élève » et E pour celle « professeur », lorsqu'il s'agit d'une institution didactique.

et validation. »⁶⁵ Les notions de « référence commune », ou de « milieu » dans le sens que je viens de donner, englobent les notions de « milieu » telles qu'elles ont pu être forgées en TSD et en TAD. C'est ce qu'expliquait déjà A. Mercier dans son intervention non publiée aux IV^e Journées de Didactique Comparée en juin 2006. Il y exposait un exemple montrant « comment certaines interactions langagières permettent aux acteurs des systèmes didactiques de produire le fond commun des faits, des objets et des règles comme *milieu* de l'étude, qui est bien plus que *le référent* des conversations non didactiques puisqu'il permet au professeur de poser des problèmes aux élèves. » Et il précisait : « Mais ce faisant, nous transformons fortement la notion de milieu introduite par Brousseau. » C'est en effet le cas ! Le choix d'un mot à la définition univoque, comme on tente de le faire en mathématiques, aurait permis d'éviter les confusions ; notamment à l'extérieur de la communauté des didacticiens des mathématiques, comme c'est souvent ce qui advient pour ce concept, ainsi que d'autres, lorsqu'on ne prend pas la peine de se référer aux textes des élaborations théoriques dont ils sont issus.

Je choisis donc dorénavant, afin d'éviter les confusions, de parler de *milieu pour l'étude* pour évoquer le milieu dans le sens que je viens de définir. Le *milieu pour l'étude* peut contenir, bien évidemment, des milieux adidactiques, c'est-à-dire des systèmes provoquant des rétroactions qui permettent l'élaboration de connaissances nouvelles. Mais il contient aussi tout un ensemble de moyens matériels, sociaux ou de pensée, que l'institution didactique donne, ou que l'on se donne à soi-même, pour étudier et donc apprendre. Ainsi, celui qui souhaite étudier par lui-même tel ou tel objet de savoir, parce qu'il ne le connaît pas du tout ou parce qu'il veut en approfondir sa connaissance, ne reprend généralement pas le travail de zéro, mais constitue pour lui-même un *milieu qui l'aidera dans son étude et provoquera son apprentissage* : des livres, des conversations avec des personnes qui ont une connaissance du domaine, des recherches dans des bibliothèques ou sur l'Internet, un environnement spatial favorable, une sélection de ce qu'il lui semble encore nécessaire d'apprendre et, au contraire, un délaissement de ce qu'il considère connaître, etc. Dans une institution didactique, un certain nombre des éléments de ce *milieu pour l'étude* sont soit volontairement disposés dans

⁶⁵ J'avais présenté en 2005, lors d'un séminaire de la XIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, les éléments relatifs à la définition du milieu que je viens de donner et dont on trouve les prémisses dans l'article Zarrouati & Matheron (2007). Cet article développe en effet une communication conjointe de novembre 2005, faite lors du I^{er} Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique, à Baeza, en Espagne, et il est publié dans les actes. Ce séminaire de l'été 2005 avait été le lieu de nombreux échanges avec les didacticiens qui travaillent dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques ; les lignes de ce paragraphe veulent permettre au lecteur de situer les termes du débat, un même mot polysémique recouvrant des usages différents selon le sens qu'on lui donne.

l'organisation de l'environnement – bureau, tableau, collectif de pensée constitué d'élèves d'une classe, manuels, énoncés de problèmes, etc. –, soit intentionnellement construits par le professeur au cours de son interaction avec les élèves. A l'extérieur de l'institution didactique, dans un domaine qui se rapproche de l'autodidaxie, les différences interindividuelles, souvent issues des différences d'ordre social, pèsent sur la constitution d'un tel milieu pour l'étude. Ses déterminants relèvent alors, soit de dispositions sociales variables (rapport des familles à l'école, à l'étude, etc.), soit de dispositions personnelles tout autant variables (préférence envers tel ou tel type d'assujettissement à des institutions non scolaires, rapport personnel à ce que l'on estime être l'étude).

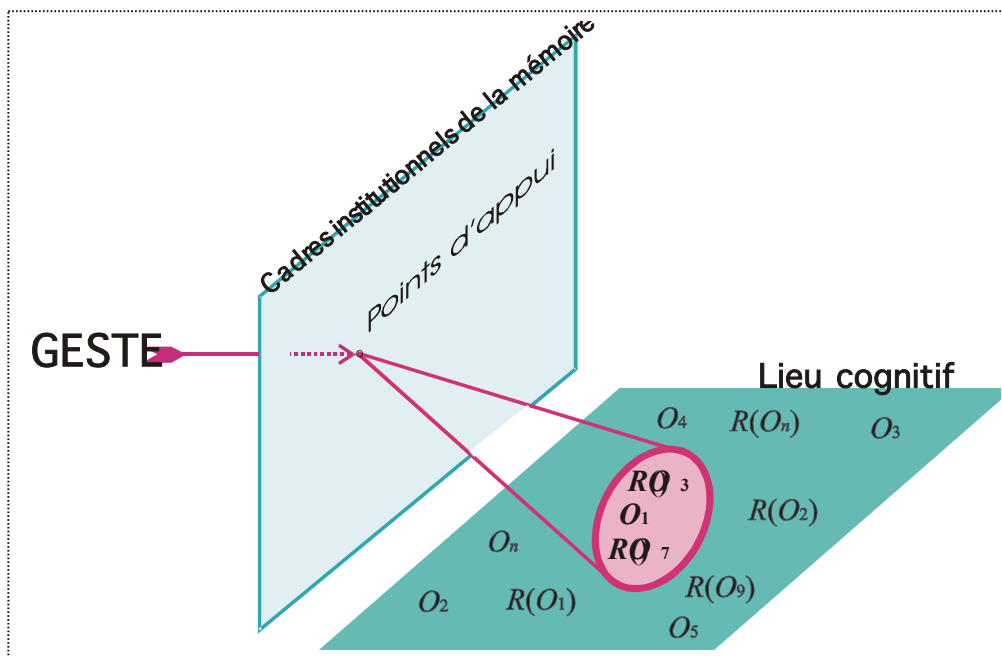
IV. Les gestes mémoriels de l'enseignant : une première recension faisant apparaître huit types de gestes

1. Le rôle du professeur dans la réactivation de souvenirs afin de construire un milieu partagé pour l'étude

La co-direction de la thèse d'Andrea Araya, soutenue le 31 janvier 2008, m'a donné l'occasion d'utiliser ce nouveau concept de milieu pour l'étude dont la terminologie actuelle n'était pas encore stabilisée, en tentant de définir le micro-cadre institutionnel de la mémoire didactique. Cette problématique y est exposée à partir du chapitre IV de la thèse, c'est-à-dire des pages 119 à 343. En reprenant le terme un peu daté de « cadre social », utilisé par Maurice Halbwachs pour son étude des mémoires de la famille, de la religion, des classes sociales, etc., la thèse analyse quel est le « micro-cadre » institutionnel de la mémoire didactique, et quels sont les gestes mémoriels que le professeur accomplit au sein de ce cadre afin de construire, dans l'interaction avec les élèves, la partie de ce *milieu pour l'étude* permettant la réalisation de son projet d'enseignement et, on peut le supposer... d'apprentissage pour certains élèves. Il s'agissait d'identifier les gestes que le professeur de mathématiques accomplit afin de gérer la mémoire didactique de la classe pour « aménager l' " arrière-fond " qui constituera la référence commune : savoirs anciens qui fabriquent " le sens " des nouveaux objets » (p. 121). L'enseignant utilise des éléments issus des *cadres institutionnels* de cette mémoire, fournis par l'institution ou qu'il crée lui-même, en tant que points de référence pour provoquer la remémoration des élèves. Faisant cela, le professeur définit un sous-ensemble de l'univers cognitif de la classe, c'est-à-dire un sous-ensemble des rapports au

savoir stabilisés ou supposés tels dont il peut, par contrat, demander aux élèves la remémoration.

Par exemple, un professeur enseignant la fonction logarithme en Terminale est en droit, parce que cela a été étudié dans la classe de 1^{re} qui la précède et que cela lui en donne donc la légitimité, d'attendre de ses élèves le recours à l'étude du signe de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction, y compris nouvelle. Dans un autre domaine, parce que ses élèves ont étudié le futur de l'indicatif, un professeur enseignant la conjugaison est en droit d'attendre d'eux qu'ils sachent la conjugaison des verbes dans le temps de ce mode, afin de pouvoir souligner la nécessité d'un « s » à la première personne du conditionnel présent. La convocation du souvenir de l'étude du signe de la dérivée et sa traduction en acte par son étude effective, ou la connaissance du futur de l'indicatif, font institutionnellement partie des attentes relatives à l'univers cognitif de la classe. Ainsi, il peut chercher à circonscrire, au sein de l'univers cognitif de la classe, un lieu cognitif qui jouera la fonction de milieu pour l'étude de cette dérivée, de son signe, des variations de la fonction, ou de la nécessité du conditionnel et d'une marque distinctive pour la conjugaison d'un verbe dans ce mode. Le schéma suivant dans lequel O_i désigne des objets, et $R(O_i)$ les rapports à ces objets, illustre ce point :



Lorsque, lisant de gauche à droite ce schéma, on suit le chemin de la flèche, apparaît (au propre comme au figuré) le terme primitif de geste. La question centrale étudiée dans la thèse

d'A. Araya est précisément celle des *gestes*, c'est-à-dire de ce que « fait »⁶⁶, au sens large, le professeur pour *gérer*, c'est-à-dire provoquer, contrôler, réguler des phénomènes qui se rapportent à l'indexation sur le temps des objets et des rapports à ces objets par les élèves ; soit ce que j'ai défini comme étant ce qui caractérise la mémoire didactique (Matheron 2002, 2010 ; Araya & Matheron 2007), c'est-à-dire la partie qui, sur ce schéma comme dans la réalité de la classe, est chronologiquement située en amont du cadre. Un des objectifs poursuivis par l'enseignant, au cours d'un processus didactique, tient à ce que l'expression publique des rapports des élèves à ces objets soit idoine aux rapports institutionnels à ces mêmes objets, de manière à créer *un milieu pour l'étude*. Pour étudier ces gestes didactiques et mémoriels, il était nécessaire d'apporter des éléments de réponses à trois questions :

- Que fait le professeur pour réactiver les objets et les rapports aux objets de l'univers cognitif de la classe ? Comment le professeur gère-t-il la mémoire didactique de la classe ?
- Quelles sont les caractéristiques de la vie institutionnelle d'une classe qui ont des effets sur la gestion par le professeur de la mémoire de la classe ? Que sont ces effets ?
- Quelles sont la nature et la structure des « cadres institutionnels de la mémoire didactique » liés aux pratiques d'étude d'un savoir, dans ce cas des mathématiques, dans l'enseignement ?

Deux grandes fonctions sont dévolues à la mémoire didactique : réactiver des souvenirs et transformer l'univers cognitif. La première est requise pour l'engagement dans une tâche, qu'elle soit nouvelle – c'est le cas lorsque le professeur enseigne des notions nouvelles et qu'il a besoin d'élèves mobilisant des rapports propres aux savoirs anciens pour l'émergence de nouveaux, ou encore lorsque que l'élève est confronté à un problème inédit –, ou qu'elle soit ancienne parce que le temps didactique nécessite de réutiliser des connaissances antérieures que l'on peut supposer stabilisées. La seconde, relative à l'évolution de l'univers cognitif, est propre aux phases d'institutionnalisation, à l'apprentissage de notions nouvelles, à la réorganisation d'un ensemble de notions mathématiques parce que des savoirs nouveaux contribuent à le modifier. Le travail de thèse d'A. Araya porte sur les gestes permettant l'accomplissement de la première de ces fonctions, la réactivation des souvenirs, même si l'on sait bien qu'ils n'apparaissent pas tels quels, mais qu'ils procèdent d'une réorganisation, une « réécriture » qui, dans le cas particulier du didactique scolaire, est en grande partie dirigée

⁶⁶ « Gérer » et « geste » procèdent de la même racine latine *gerere*, faire, pour « gérer », et du substantif *gestus* ou du participe passé *gesta* pour « geste » (cf. dictionnaire d'étymologie Larousse, pp. 337 et 338)

par le professeur. L'élaboration théorique, issue d'un travail d'observation empirique de professeurs au Costa Rica dans leurs classes, enseignant le même thème durant plusieurs mois (la factorisation des polynômes de la variable réelle), à un niveau scolaire qui correspond à peu près aux classes de 2^{de} et 1^{re} des lycées français, visait donc à déterminer les gestes auxquels recourt le professeur pour la réactivation d'objets et de rapports aux objets.

2. Une première classification

Huit types de gestes ont pu être identifiés qui ne sont pas forcément étanches ou séparables les uns des autres : certaines actions d'ordre mémoriel peuvent en effet s'interpréter comme relevant de plusieurs types de gestes. Néanmoins, il s'agit des gestes technologique, technique, de remplacement, chronologique, déstabilisateur, preneur d'indice, de fixation et de production d'ostensifs détonateurs. Dans les lignes qui suivent, leurs définitions sont reprises et complétées par rapport à celles initialement données dans la thèse. Elles sont illustrées d'exemples qui ne sont pas empruntés à la thèse d'A. Araya, afin de souligner le caractère général de tels gestes.

a. Gestes technologiques

Un geste « technologique » (Th) est relatif, comme son nom l'indique, à l'évocation par un commentaire ou une question, d'un élément technologico-théorique d'une organisation praxéologique connue des élèves. La réactivation de cet élément est vue par celui qui effectue le geste – le professeur dans le cadre de cette thèse – comme la réactivation en direction des élèves d'un souvenir qui leur servira de point de référence sur lequel s'appuyer. Par exemple, parler du théorème de Thalès en tant qu'élément technologique permet d'évoquer les souvenirs liés à ses conditions d'utilisation (dans un triangle qui est peut-être à rechercher comme sous-figure de la figure étudiée, dans le repérage des droites parallèles), aux conséquences induites (rapports égaux, proportionnalité), aux types de raisonnements qu'il engage (direct, par l'absurde), au moment du temps didactique où il a été rencontré (dans quelle classe, dans le cas de quel type de problèmes), etc. Il en irait de même en français, pour un professeur qui évoquerait le conditionnel et qui, de ce fait, permettrait l'évocation de sa fonction et de son usage, des règles générales de conjugaison des verbes dans ce mode, etc.

b. Gestes techniques

Un geste « technique » (Tc) porte sur des éléments d'un *savoir-faire* connu des élèves, et que l'enseignant cherche à réactiver dans la classe. Il est relatif à l'activation de la mémoire pratique. Par exemple, la factorisation du trinôme $ax^2 + bx + c$ nécessite, afin de faire apparaître la différence de deux carrés lorsque est positif $b^2 - 4ac$, le souvenir du développement de $(x + y)^2$: il permet de transformer $x^2 + \frac{b}{a}x$ en le début du développement

de $(x + \frac{b}{2a})^2$. C'est ainsi que peut être mené le calcul suivant :

$$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = a[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}], \text{ car le souvenir de la technique du}$$

développement de $(x + y)^2$ le nécessite ; soit d'une manière publique, dirigée par le professeur, dans le cas d'un cours dialogué pour lequel il y a interaction au sujet du savoir entre élèves et professeur par exemple, soit de manière privée lorsqu'un élève cherche à comprendre le passage du deuxième au troisième membre de l'égalité, par exemple. Dans le cas d'une action conjointe du professeur et des élèves, un tel passage nécessite souvent la réalisation d'un geste technique mémoriel de la part du professeur. Une fois vécue par les élèves la nécessité de sortir du blocage en lequel ils se trouvent face à l'expression $a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$, il peut prendre par exemple la forme d'une fausse question du professeur du type « et si on revenait au développement d'une identité remarquable ? »

Il en est de même en grammaire, sur l'exemple de l'enseignement du conditionnel par exemple, où le professeur peut évoquer l'accord du temps de la subordonnée conditionnelle en fonction de celui de la principale lorsqu'il est au présent ou au passé composé, afin que les élèves accordent convenablement le conditionnel lorsque le temps de la principale est au plus-que-parfait. La technique qui permet l'accord du temps du conditionnel est, de cette manière, indiquée par le geste mémoriel accompli par le professeur.

c. Gestes de remplacement

Un geste de « remplacement » (Re) consiste à produire ou indiquer des traces scripturales, faire des commentaires et / ou poser des questions porteuses d'éléments qui servent de balises pour un « chemin » permettant de se replacer aux points de vue – manière de faire ou de penser – prévalant dans certaines des différentes positions qui existaient dans une institution dont on

faisait, ou on fait, partie. Par exemple, comme j'ai pu l'observer dans le cadre du travail AMPERES mené par l'équipe de l'académie d'Aix-Marseille sur l'enseignement des nombres relatifs, c'est un geste accompli par une professeure voulant faire justifier par ses élèves de 5^e et à l'aide de considérations mathématiques, que le calcul mental de $1973 + 61 - 62$ équivaut à soustraire 1 à 1973. Cette enseignante dit alors : « vous pourriez peut-être le trouver grâce à une méthode que vous utilisiez quand vous étiez petits ». Cette évocation, pourtant peu claire pour qui ne connaît pas l'histoire didactique des élèves, suffit pour qu'une élève se souvienne alors de la méthode de soustraction dite « par emprunt » enseignée en CE1 - CE2, c'est-à-dire quatre à cinq ans auparavant, et soit envoyée au tableau pour écrire, avec difficulté, ce qu'elle vient de dire publiquement. A savoir que : $1973 + 61 - 62 = 1972 + 1 + 61 - 62 = 1972 + (1 + 61) - 62 = 1972 + (62 - 62) = 1972 + 0 = 1972 = 1973 - 1$; ce qui conduit à écrire ensuite que $+61 - 62 = -1$, qui est l'objectif d'enseignement visé à travers l'organisation d'une première rencontre des élèves avec les nombres négatifs. Il y a ainsi remplacement au point de vue des pratiques propres à un groupe d'élèves d'une institution éloignée dans le passé, mais à laquelle on a appartenu. C'est un phénomène semblable que j'avais observé lors du recueil des matériaux empiriques pour mon travail de thèse, sur l'exemple déjà évoqué où le professeur indiquait : « Vous pourriez peut-être trouver le résultat *si vous vous rappelez tout ce qu'on a dit un jour où vous m'avez posé un tas de questions sur les asymptotes obliques*. Vous m'avez demandé comment on fait... *vous vous rappelez ?*... pour trouver une asymptote oblique quand on la donnait pas. » L'accomplissement de ce geste peut s'appuyer sur le recours à diverses techniques. L'exemple relatif aux asymptotes obliques relève de l'analogie (Matheron, 2003) ; celui qui précède, relatif au calcul mental sur des entiers, de l'évocation d'une histoire didactique que la professeure sait avoir existé, même si elle n'y a pas participé. Il existe d'autres techniques didactiques pour accomplir ce geste technique, et relevées dans la thèse d'A. Araya : l'explicitation du sens d'un mot ou la verbalisation d'une technique, le recours à un « ostensif de guidage » en tant que mot, expression, signe, écriture, symbole, etc., qui permet de se replacer au sein d'un niveau de codétermination didactique, comme on l'a vu de l'évocation de deux nombres qui remplace, de manière erronée, deux élèves au niveau du PGCD quand il aurait fallu se placer au niveau de l'arithmétique élémentaire.

Les élèves participent aussi, dans l'interaction avec le professeur, au remplacement dont ils accompagnent le geste. Par exemple, Garcia-Debanco & Sanz-Lecina (2008, p. 160) étudient des enseignantes débutantes dans deux classes de CM2 lors de séances de grammaire relatives à l'identification des sujets dans des phrases. Il se produit l'épisode suivant dans lequel M

désigne la maîtresse et E un élève : « 246 M - [...] on va mettre en place des/des choses qui vont nous aider à réussir pourquoi il était difficile à identifier ce sujet Jordan. 328 E – la méthode que j’ai donnée je la connais du CE1. 329 M – oui ce sont des méthodes qu’on connaît moi l’autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble une méthode au début de l’année et aujourd’hui vous ne l’avez pas redonnée ». Cet extrait d’interactions M / E ne permet pas de savoir quelle est la technique que l’élève a utilisée, ni de laquelle professeur et élèves ont parlé au début de l’année, néanmoins, l’élève qui prend la parole se replace au sein de la classe de CE1 (la classe observée est une classe de CM2, trois niveaux au-dessus du CE1) qu’il a fréquentée, tandis que la maîtresse s’appuie sur ce souvenir rendu public pour tenter de replacer les élèves au sein d’un épisode d’enseignement de la grammaire, afin de faire advenir « une méthode » permettant la détermination du sujet : « oui ce sont des méthodes qu’on connaît [...] l’autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble ».

d. Gestes chronologiques

Les gestes chronologiques (Ch) recourent à l’utilisation des marqueurs du temps naturel et notamment scolaire. Ils sont considérés par la personne qui accomplit le geste, comme favorisant le souvenir. L’exemple prototypique est constitué de phrases du professeur du type « Nous avons vu, au premier trimestre, comment faire ceci... », « Lorsque vous avez quitté la classe précédente, vous deviez savoir cela... », « Lors du dernier devoir surveillé... » En ce sens, l’exemple précédent relatif à l’enseignement de la détermination du sujet, combine à la fois un geste de remplacement (« l’autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble ») et un geste chronologique : « une méthode au début de l’année » dit la maîtresse. Une telle conjugaison simultanée de deux gestes, comme il en va en didactique de l’engagement des élèves dans plusieurs types de situations, ou plusieurs moments de l’étude, est un signe de la complexité du réel anthropologique qui ne se laisse pas réduire à une logique de partitionnement.

e. Gestes déstabilisateurs

Les gestes « déstabilisateurs » (Ds) visent à faire en sorte que les élèves interrogent à nouveau frais les rapports antérieurement établis à certains objets de savoir. A travers des demandes mettant en doute certaines affirmations d’élèves, ou encore en recourant à l’usage de contre-exemples, ils provoquent des souvenirs, des réorganisations, des changements de l’univers

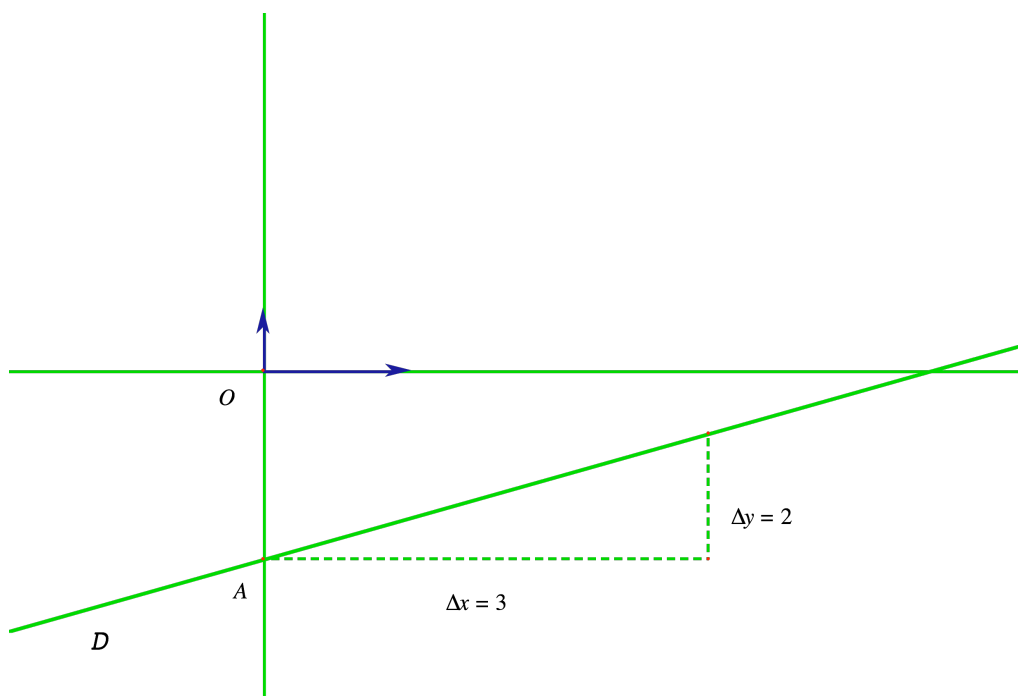
cognitif. La déstabilisation provoquée, qui passe par la contradiction ou la nécessité d'une justification, nécessite de la part de qui la vit – que ce soit un ou plusieurs élèves – la convocation de souvenirs stables permettant de créer un milieu qui peut être adidactique, renvoyant des rétroactions permettant de changer de point de vue, ou qui peut se constituer en média fournissant des outils pour la justification de l'affirmation demandée. Par exemple, le professeur peut demander si on est certain que multiplier un nombre par un autre donne toujours un produit supérieur au premier, obligeant à convoquer des souvenirs relatifs à des multiplications, à « repasser » divers cas de produits obtenus avec divers types de nombres.

Revenant aux exemples donnés par Garcia-Debanc & Sanz-Lecina (2008, p. 160), relatifs à l'enseignement de la détermination des sujets dans des phrases complexes, l'épisode suivant montre, à l'aide d'une déstabilisation / « restabilisation » d'un élève, l'établissement d'un milieu pour une institutionnalisation locale. « 25 M – dans quel but. 26 Théo – hein. 27 M – dans quel but. 28 Théo – heu. 29 M – pourquoi je mets ça qu'est-ce qu'on va faire avec ces phrases-là. 30 Théo – pour que les autres ils trouvent le sujet de la phrase. 31 M - d'accord c'est pour ça qu'on a / avait choisi la phrase la plus difficile où on avait dit celle qui avait un piège on ne l'a pas choisie par hasard cette phrase. »

f. Gestes « preneur d'indices »

Les gestes « preneur d'indices » (Pr) sont accomplis par le professeur pour accompagner les élèves lors de la mise en œuvre d'une technique, la réalisation d'un exercice, etc. Ils sont de nature topogénétique dans la mesure où le professeur soulage en partie les élèves d'un travail qui aurait pu leur être entièrement dévolu. A partir de l'ostension de certains indices pris dans la tâche à réaliser, ils concernent le souvenir de la technique, ou de certains de ses pas ; de ce fait, ils restreignent ou guident le rappel mémoriel des élèves. C'est le cas par exemple, au cours de l'épisode suivant relatif à la construction d'une droite \mathcal{D} dans un repère orthogonal en 2^{de} : « P : Qu'est-ce que je peux dire ? Si $x = 0, y = -3$, alors quoi ?... \mathcal{D} passe par ?... Une élève répond : La droite passe par le point (0 ; -3). P : D'accord. *P complète la figure et écrit : Donc \mathcal{D} passe par A(0 ; -3). Puis P place A dans la figure.* P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ? Des élèves répondent : $\frac{2}{3}$, 3, si $\Delta x = 3 \Delta y = 2$... P : Audrey, vous nous rappelez la relation qu'on a donnée ?... Audrey : $\Delta y = \frac{2}{3} \Delta x$. Donc $\Delta x = 3 \Delta y = 2$. P écrit : $\Delta y = \frac{2}{3} \Delta x$. Si $\Delta x = 3, \Delta y = 2$. P : $\Delta x = 3 \Delta y = 2$, ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point

A ? Renault : Qu'on avance de 3. P : Qu'on avance de 3 et ?... Renault : Et on monte de 2. P : D'accord. Donc vous obtenez votre droite. » Dans cet extrait, le professeur met en exergue une série d'indices, souvent des ostensifs scripturaux ou graphiques : « Si $x = 0$, $y = -3$, alors quoi ? », « P place A [...] P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ? », « P : $\Delta x = 3$ $\Delta y = 2$, ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point A ? ». Ce faisant, il guide les élèves vers l'accomplissement de la technique consistant à tracer une droite à partir de la connaissance d'un de ses points et du coefficient directeur, et facilite la remémoration pratique chez les élèves des diverses étapes par lesquelles ils doivent passer alors que leur mémoire pratique sur ce point n'est pas encore d'une grande efficacité car la technique n'a seulement été enseignée que récemment. A l'issue de ce travail, certains éléments de la figure construite portent la trace des ostensifs qui ont servi d'indices mémoriels : A, $\Delta x = 3$, $\Delta y = 2$, les pointillés indiquant le mouvement à accomplir afin d'obtenir un deuxième point de \mathcal{D} à partir de A, etc.



g. Gestes de fixation

Un geste de « fixation » (Fx) consiste à fixer un rapport ancien à un objet afin de le rendre présent en tant que point d'appui incontestable à l'aide duquel des connaissances nouvelles pourront émerger. La réalisation d'un tel geste contribue à la construction d'un milieu pour l'étude. Ce rapport peut être rapport à un savoir mathématique qui doit être présent, ou rapport à une croyance que l'on a déclaré fausse et qui fixe « une fois pour toutes » que cette croyance

devra être collectivement oubliée même si, de manière privée, chacun est libre de continuer d'y adhérer « à ses risques et périls »... Par exemple, dans le passage suivant, le professeur fixe le fait que la limite de e^x en $+\infty$ est $+\infty$, car l'enjeu d'une partie de la séance est la démonstration de ce résultat qui n'a été que constaté, lors d'une séance précédente, où la classe a construit la représentation graphique de $x \rightarrow e^x$.

Voici l'extrait : « 75. P : « Alors, on a déjà vu lorsqu'on a tracé le tableau de variation à partir du dessin, à partir du tracé de la courbe, on a vu que la limite en $+\infty$ c'est ?... 76. Un élève : $+\infty$ 77. P : C'est $+\infty$. Mais on l'a lu sur le dessin, on va le démontrer par un calcul maintenant. Pour le prouver par un calcul, on va comparer la fonction exponentielle à la fonction qui à x associe x . Donc on va comparer la fonction : $x \rightarrow e^x$ à $x \rightarrow x$. Alors, comment vous faites pour comparer ces deux fonctions ? 78. Une élève : On étudie le signe de la différence. 79. P : On étudie le signe de la différence. Donc on va donner un nom à la différence : $\varphi(x) = e^x - x$ et je voudrais étudier le signe de ça. Comment je peux faire pour étudier le signe de ça ? 80. Un élève : La dérivée ?... 81. P : Ben oui, j'étudie la fonction, parce que ça je ne peux pas faire d'algèbre dessus : c'est pas un truc algébrique. Alors, allez-y! »

Deux rapports essentiels sont fixés au cours de l'extrait précédent, relatif à une séance en Terminale S : le fait que l'on doit se souvenir que $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$, conjecturé auparavant parce qu'il est légitime de tenter de le démontrer, et aussi le fait que lorsqu'une inégalité ne peut être établie par le calcul algébrique, alors on peut peut-être l'établir à partir de l'analyse. Dans cet extrait encore, le professeur accomplit le geste dans l'interaction avec les élèves ; une élève jouant le rôle de complice du professeur en suggérant, de manière interrogative, de tenter l'utilisation de la dérivée, ce que fixe le professeur en reprenant et développant sa suggestion.

h. Gestes « ostensif déclencheur »

Les gestes « ostensif déclencheur » (Od)⁶⁷ s'appuient sur un ostensif à forte valence sémiotique. Ainsi, l'ostensif constitué par la figure d'un triangle et d'une parallèle à un côté appelle-t-il le souvenir du théorème de Thalès, celui représentant un triangle rectangle dont on donne les longueurs des deux côtés de l'angle droit appelle-t-il le théorème de Pythagore,

⁶⁷ Ces ostensifs, et notamment l'effet qu'ils produisent de par leur interaction avec le contexte institutionnel, ont aussi été appelés « ostensifs détonateurs » dans Araya & Matheron (2007), parce que les rendre présents dans une situation donnée permet d'évoquer, quasiment à coup sûr, le souvenir recherché. Ils résonnent ainsi comme une détonation.

l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ appelle-t-elle le calcul du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$, même lorsque ce calcul est inutile pour la résolution de l'équation, etc. De tels ostensifs jouent en quelque sorte le rôle du parfum de la madeleine qui permet à Proust de se souvenir de sa mère et du thé qu'elle lui avait préparé pour le réchauffer, un soir d'hiver alors qu'il revenait à Combray, et dans lequel il trempait une madeleine. La différence essentielle tient, en situation didactique, dans le fait que le geste est accompli intentionnellement par le professeur qui, sciemment, « rend présente la madeleine » afin de susciter, de manière quasi certaine dans une classe, le souvenir désiré chez un nombre significatif d'élèves.

Les gestes mémoriels qui viennent d'être décrits remplissent essentiellement une fonction mésogénétique, dans la mesure où leur accomplissement par le professeur vise à la création d'un milieu pour l'étude, partagé par la communauté formée des élèves et du professeur. Des dimensions topogénétiques n'en sont pas absentes, comme on l'a vu pour les gestes preneurs d'indices ; de même en est-il de dimensions chronogénétiques, faisant avancer le temps didactique, comme c'est encore le cas de certains des gestes fixateurs indiquant, d'un point de vue institutionnel, le rapport désormais attendu et l'obsolescence d'autres.

3. Le micro-cadre de la mémoire didactique

Au sein de la problématique de la sociologie de la mémoire, un cadre tel que défini par M. Halbwachs (1925) était un système de référence au passé. Au sein de la problématique de la mémoire didactique⁶⁸, un cadre est un système institutionnel de repérage du passé didactique supposé commun. Il se spécifie en fonction des souvenirs à rappeler, conditionnés par le projet intentionnel d'enseignement de tel ou tel objet mathématique, en fonction des gestes que l'enseignant accomplit ou non, de l'histoire de la classe, des interactions et des pratiques qui s'y sont déployées. Dans ce sens, le modèle de cadre qui a été élaboré a été qualifié de modèle de « micro-cadre » car il est propre à une micro-institution, contrairement aux cadres sociaux de la mémoire tout d'abord étudiés par M. Halbwachs, et relatifs à de « grandes institutions » dans le sens où on les entend d'ordinaire : le langage, la famille, les classes sociales, la religion. Néanmoins, le modèle produit dans la thèse d'A. Araya a un caractère générique qui permet d'envisager, sous certaines conditions didactiques, son utilisation pour l'ensemble des sujets enseignés en mathématiques. Il croise les trois dimensions

⁶⁸ C'est-à-dire l'indexation sur le temps des rapports, pratiques ou évoqués, que l'institution didactique veut voir vivre auprès de ses sujets relativement aux objets de savoir dont elle vise l'étude.

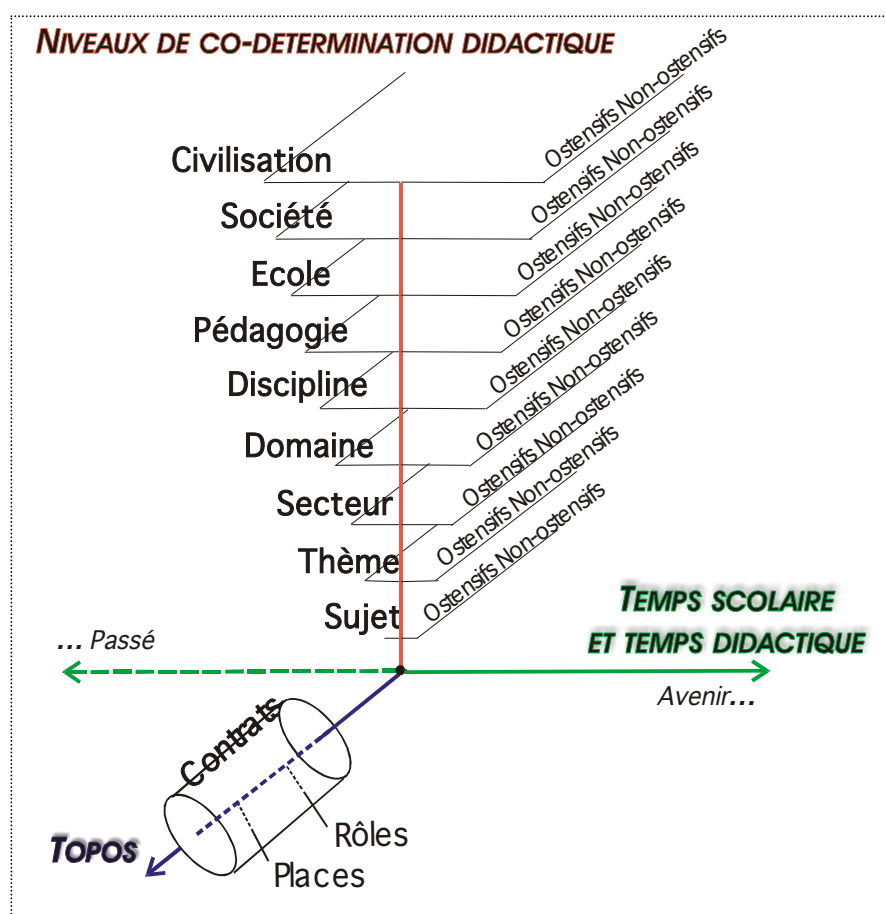
fondamentales propres aux genèses spécifiques des processus didactiques : mésogénèse – le terme de « milieu » étant pris dans le sens qui lui a été donné dans cette note de synthèse, c'est-à-dire de milieu pour l'étude –, topogénèse et chronogénèse.

Dans la perspective de l'utilisation de ce modèle pour d'autres disciplines, il est sans doute nécessaire, dans un premier temps, d'étudier celles spécifiques d'une forme de savoir dont l'enseignement est programmable, « séquentialisable », ou encore « mis en texte » si l'on reprend la formulation de l'ouvrage *La transposition didactique* ; c'est ce que j'ai tenté de montrer à travers des exemples relatifs à l'enseignement de la grammaire, mais qui mériteraient, bien évidemment, une étude beaucoup plus ample, menée conjointement avec un spécialiste de la discipline. La mise en texte d'un savoir permet d'envisager la création d'un temps didactique pour son enseignement⁶⁹. Dans le cadre du modèle qui vient d'être exposé, la création d'un temps du savoir ou, comme nous le verrons dans la partie suivante, un temps du questionnement, apparaît actuellement comme une nécessité. Mais il est tout aussi nécessaire qu'une analyse épistémologique du savoir, tel qu'il est devenu après transposition didactique, soit menée ; de manière à dégager son organisation et les déterminants qui pèsent et conditionnent son enseignement.

Enfin, l'expression publique de la mémoire nécessite, pour son observation, une organisation didactique qui laisse suffisamment de jeu pour une interaction entre professeur et élèves, autrement dit que le *topos* de l'élève, c'est-à-dire la place qui lui est accordée relativement au savoir, ne soit pas trop réduite. Un enseignement de type magistral, s'il nécessite et sollicite une mémoire didactique – le professeur dira « on se souvient », l'élève pensera « je dois me souvenir » et se souviendra peut-être, ou se souviendra d'autre chose –, ne requiert pas forcément sa publicité telle qu'elle a pu être observée dans un enseignement sous forme de cours dialogué. Le modèle de la mémoire didactique qui vient d'être exposé ne concerne donc, pour l'instant, que les formes didactiques courantes qui lui ont fourni les matériaux empiriques pour sa construction. Ce sont des formes didactiques socialement déterminées pour un moment historique des systèmes éducatifs et qui, de nos jours, se coulent le plus souvent dans le cadre générique dominant de l'ostension déguisée, engageant les élèves dans

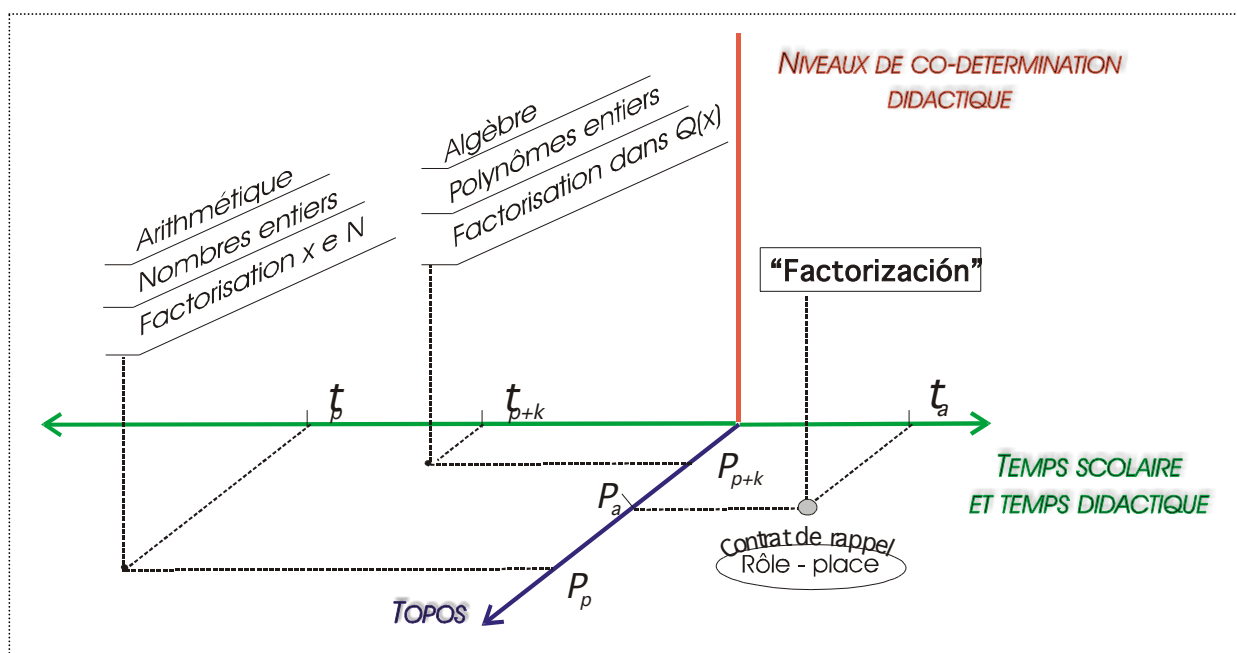
⁶⁹ Tous les savoirs ne sont pas didactisables : c'est par exemple ce que montre la thèse de J-M. Pérez (2007) sur l'enseignement de la synthèse et de la note de synthèse, pourtant évaluées dans des concours aussi prestigieux que celui de l'ENA. Dans le cas d'un savoir dont la mise en texte est malaisée, le moteur du temps didactique peut par exemple être trouvé dans le défilement des rencontres avec les œuvres (littéraires, philosophiques, économiques, artistiques, etc.)

des activités dont les contenus ne sont pas forcément d'une grande richesse en savoir, ce qui contraint au final le professeur à montrer les savoirs dont il visait l'enseignement. La partie suivante de cette note de synthèse ébauche quelques pistes pour l'utilisation de ce modèle dans le cadre d'un enseignement basé sur une dynamique d'étude par la recherche, ou encore une dynamique d'enquête, au sein de laquelle le *topos* des élèves est beaucoup plus large relativement à la construction du savoir. Un schéma permet de synthétiser le modèle du micro-cadre didactique de la mémoire tel qu'il a été élaboré à partir d'un enseignement sous forme de cours dialogué recourant le plus souvent à l'ostension déguisée (Araya, 2008, p. 266) :



L'axe du temps intègre à la fois le temps didactique, tel qu'il a été défini en didactique des mathématiques (Chevallard, 1985 ; Chevallard & Mercier, 1987), le temps dans ses déclinaisons « méso », relative à plusieurs objets et un empan assez large, et aussi « micro », relative à l'empan séparant deux objets de savoir consécutifs (Chopin, 2010) ; de même qu'il tient compte du temps scolaire, fait d'événements propres à la vie institutionnelle et qui ne sont pas nécessairement de nature didactique. L'axe du *topos* est relatif aux places

qu'occupent les sujets de l'institution, essentiellement les places d'enseignant et d'élève, mais tenant compte du fait qu'un élève peut venir occuper la place d'enseignant, par exemple en enseignant à ses propres camarades (ce qu'on observe assez fréquemment dans les classes où l'on est collectivement et publiquement engagé dans l'étude d'un savoir) ; autrement dit le *topos* renvoie aux fonctions assignées aux uns et aux autres pour ce qui concerne les tâches propres au savoir. L'éloignement temporel permet par la remémoration, et pour une personne donnée, d'occuper des places qui n'étaient pas les siennes au moment où l'étude effective se déroulait dans la classe. On retrouve en ce point le classique travail de réorganisation des souvenirs pour répondre aux besoins du présent, parfois vu comme « réécriture de l'histoire » ; les conséquences en étant sans doute bien moins graves lorsqu'il s'agit de l'histoire didactique ! L'axe des niveaux de codétermination didactique, notamment pour sa partie relative aux niveaux internes à la discipline proprement dite, permet de définir les points d'appui relatifs au savoir et venant se constituer en milieux pour l'étude. Un exemple d'utilisation de ce schéma pour sa spécification sur l'enseignement de l'objet mathématique « factorisation » a été donné dans la thèse d'A. Araya à partir des observations recueillies au Costa Rica :



Dans ce schéma, t_a représente le temps actuel et P_a la position actuelle occupée (professeur ou élève) pendant l'étude de la factorisation, au moment où un rappel mémoriel est sollicité. t_p représente le moment le plus éloigné dans le temps, au cours duquel les élèves ont étudié la décomposition en produit de facteurs premiers d'un entier naturel ; au Costa Rica, cette

décomposition porte aussi le nom de « factorisation », ce qui explique pourquoi l'ostensif « factorisation » évoque cette décomposition chez certains élèves. Les niveaux de codétermination sollicités sont le thème de la décomposition en produits de facteurs premiers (« factorisation » dans \mathbf{N}), le secteur des nombres entiers et le domaine de l'arithmétique. P_p ne peut représenter une position, mais diverses positions évoquées, concernant non pas nécessairement « le point de vue » du groupe, comme le disait Halbwachs, mais les points de vue qui se sont transformés, même si émerge de manière prépondérante celui qui a été institutionnalisé. t_{p+k} représente quant à lui, un moment postérieur à t_p relatif à l'étude des polynômes et la factorisation dans l'anneau $\mathbf{Q}[X]$, inclus dans le vaste domaine de l'algèbre.

V. Synthèse et pistes de développement à partir des questions abordées dans ce chapitre

Depuis la rédaction de ma thèse et jusqu'à ce jour, je me suis attaché à étudier les phénomènes mémoriels relatifs à l'étude des mathématiques au sein des systèmes didactiques, c'est-à-dire des collectifs d'élèves placés sous la direction d'un professeur dans le cadre du système éducatif, essentiellement au niveau secondaire. Il existe évidemment d'autres lieux en lesquels intervient une mémoire didactique, si l'on reprend la métaphore topologique déjà ancienne d'Y. Chevallard, énonçant que le didactique est dense dans le social ; c'est-à-dire que quel que soit le voisinage d'un fait social, aussi petit soit-il, on y trouvera du didactique et donc cette fonction mémorielle. De même existent aussi, bien évidemment, beaucoup d'autres savoirs que mathématiques, étudiés à l'Ecole ou hors l'Ecole. La direction des mémoires de M1 et M2 de Konstantinos Grivopoulos, puis le début de sa thèse en cours, m'ont donné l'occasion d'aborder le continent des nanotechnologies et de la physique. Mon travail avec ma collègue Nathalie Panissal m'a aussi permis d'aborder celui, tout récent dans l'enseignement secondaire, de l'enseignement de la psychologie.

Revenant au modèle de départ, proposé dans ma thèse, celui-ci comprenait trois catégories mémorielles : mémoires du savoir, mémoire pratique et mémoire ostensive. Ces trois catégories ont été étudiées à divers degrés d'importance ; certaines méritent une étude qui n'a pu encore avoir lieu de manière approfondie. Je reviens dans ce qui suit sur le travail mené et les questions ouvertes qui demeurent à explorer et qui, à ce jour, se situent dans l'horizon immédiat que le travail passé permet juste d'entrevoir.

En ce qui concerne la mémoire du savoir, ma thèse s'attachait à en montrer quelques traits sur l'exemple du développement du calcul infinitésimal entre le milieu du XVII^e siècle et la fin du XVIII^e. L'ouvrage de Michel Serfati paru en 2005⁷⁰, bien que ne se situant pas dans le cadre de la mémoire du savoir tel que je l'ai définie, ni même dans un cadre didactique, a depuis développé la problématique historique de la révolution qui, à partir de la deuxième partie du XVII^e siècle et notamment de Leibniz, a vu l'explosion du symbolisme car il permet, à un coût plus bas, l'engagement et le développement du travail mathématique. Ce symbolisme mathématique, c'est-à-dire ce que l'on nomme les ostensifs scripturaux en didactique des mathématiques, contient une dimension relative à son ergonomie. En cela, les ostensifs scripturaux sont porteurs d'une mémoire : celle des choix multiséculaires faits par les communautés de mathématiciens afin de rendre la pratique des mathématiques plus aisée, générale ou universelle. Il y a matière à poursuivre le travail de recherche sur la mémoire du savoir à partir de la création historique d'ostensifs qui peuvent ne pas être scripturaux dans d'autres domaines que ceux de l'Analyse : on pense évidemment aux ostensifs graphiques du grand domaine de la Géométrie et aussi aux ostensifs graphiques venus de l'Analyse (courbes, surfaces et représentations graphiques, tableaux de valeurs ou de variations, organisation des données statistiques et expression des indicateurs, etc.) ou de l'Algèbre (travail sur les matrices, les déterminants par exemple).

L'étude de la mémoire du savoir relève du didactique dans la mesure où elle croise l'analyse épistémologique du savoir, la dimension mémorielle qu'elle en révèle et donc l'actualisation de certains gestes fondateurs, sélectionnés au cours de l'histoire par les communautés de mathématiciens, lorsque sa pratique est enseignée. Nous avons exposé, A. Mercier et moi-même, cette problématique en 2004, dans un chapitre d'un n° spécial de la *Revue des sciences de l'éducation* du Québec consacré au thème « mathématiques et langage » [Document 7]. Le travail mené sur le projet AMPERES, exposé dans la partie suivante, prend en charge dans certains de ses aspects, le thème de l'usage vers lequel pousse la dévolution aux élèves de certaines des écritures ostensives issues de transpositions didactiques sous contrôle, et que nous créons. Par exemple, on conduit les élèves de 5^e à appréhender un nombre relatif comme un opérateur dans un programme de calcul. Ainsi, le nombre relatif -2 est rencontré en acte par les élèves comme opérateur dans le programme de calcul : « à un nombre donné, on ajoute

⁷⁰ *La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Michel Serfati, Préface de Jacques Bouveresse, Transphilosophiques, Editions Pétra, Paris, 2005.

4 puis on retranche 6 ». Il existe une infinité de programmes de calcul équivalents à celui-ci, pourvu que le résultat de l'ajout à un premier nombre donné d'un deuxième nombre, puis la soustraction d'un troisième, revienne à soustraire 2 au premier nombre. Coder -2 ce résultat, qui résume à lui seul l'ensemble de tels calculs, c'est-à-dire une chaîne d'actions, n'est pas sans conséquences. Car un tel ostensif donne à voir beaucoup plus que la classe d'équivalence des calculs qu'il représente. Du point de vue des élèves, un opérateur tel que -2 sur cet exemple, est en effet codé d'une manière qui se rapproche fortement du souvenir de l'écriture d'un nombre, en vigueur depuis leur entrée à l'Ecole : même si ce nombre possède la particularité nouvelle d'être affecté d'un signe représentant celui d'une opération, dans ce cas une soustraction. Les ostensifs conduisent, par un phénomène de proximité engendré par la perception, à une extension de leur usage, au-delà de celui pour lequel ils ont été créés. Peut-être est-ce en ce point une des multiples dimensions qui provoquent ce qui peut être regardé, par un observateur extérieur, comme relevant de la *métis*, une « ruse de l'intelligence », et qui conduit aussi à l'attribution d'inférence.

Le phénomène, observé ou plutôt provoqué dans un cadre didactique, n'est pas que le fait d'enseignants qui souhaitent guider les élèves vers une voie prédéterminée ; c'est aussi une pratique que l'on retrouve dans la production historique des mathématiques. J'ai montré dans ma thèse plusieurs exemples historiques d'extensions praxémiques par de célèbres mathématiciens (Leibniz, Newton, Euler, Lagrange)⁷¹ ; c'est-à-dire d'usage, sans forcément contrôle *a priori* par une dimension technologique qui viendrait le justifier, d'un ostensif pour une autre pratique que celle pour laquelle il a été conçu, mais lui semblant néanmoins proche.

Dans le prolongement de la mémoire du savoir, à son articulation avec l'activité mathématique, et notamment en relation avec l'usage des ostensifs, la mémoire pratique a été peu étudiée en dehors de ma thèse et de l'article de 2004 cité ci-dessus. C'est pourtant un champ de recherches qui mérite des développements, car il concerne aussi l'élève travaillant

⁷¹ Leibniz reprend en 1675 le passage de sa thèse de 1666 sur la différence des carrés de la suite des entiers, en utilisant les notations suivantes, où y est la suite des carrés, dy celle des différences des carrés et f est l'initiale de *summa omnium* pour la somme des différences :

y :	0,	1,	4,	9,	16,	25,	36
dy :	1,	3,	5,	7,	9,	11	

et il écrit : $f dy = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = y$; écriture décisive pour le développement du calcul différentiel et intégral qu'il mènera à partir de cette date, et portant non plus sur des variables discrètes (la suite des entiers naturels), mais sur des variables continues. Pour tout élève de Terminale étudiant les mathématiques, écrire l'égalité évidente $f dy = y$ ne nécessite pas la connaissance de cet épisode de l'histoire des mathématiques parce que le sens conféré à cette égalité est fort éloigné de celui qui lui a donné naissance. (cf. ma thèse, pages 261 à 265, pour l'analyse de cet exemple historique)

par lui-même, hors classe, apprenant ses leçons, faisant ses exercices ou recherchant les problèmes qui lui sont donnés. La question ici soulevée, portant sur l'étude de la transformation personnelle du rapport au savoir en fonction de l'étude personnelle, de ses modalités d'organisation et des milieux pour l'étude alors créés, reste donc encore largement ouverte. Elle est pourtant d'actualité alors que se développent, au sein des systèmes éducatifs, des dispositifs visant à favoriser l'accompagnement des élèves dans leur travail personnel : aide personnalisée au niveau de l'école primaire, aide au travail personnel dans les ZEP « ambition réussite », accompagnement personnalisé au lycée. Comment rendre ces dispositifs utiles, car on a pu montrer leur peu d'efficacité (Matheron et Noirfalise, 2002) [Document 13] et le déficit de formation professionnelle enseignante permettant de les conduire (Leroy, Félix, Matheron, Assude, Mercier, 2007) alors que l'on sait si peu sur l'ordinaire de l'étude privée des élèves ? L'étude de la mémoire pratique pose des questions méthodologiques redoutables. Aussi n'a-t-elle pu être menée que de manière erratique dans ma thèse, alors que des dispositifs de décalages institutionnels avaient été créés pour cela : cas d'élèves qui oublient parce que l'organisation nouvelle du savoir se substitue à une organisation ancienne, cas d'une élève qui anticipe sur le temps didactique car elle s'autorise à faire fonctionner pour elle-même les ostensifs au sein de pratiques non encore enseignées. En me permettant une métaphore venue de la physique des particules, la méthodologie s'apparente un peu à celle en vigueur pour la recherche des interactions extrêmement rares de neutrinos avec la matière, notamment avec notre planète : un dispositif de grande dimension, assez coûteux, pour des observations aléatoires de phénomènes, même si leur existence est prouvée. On conçoit alors aisément la difficulté d'une observation d'élèves en train d'étudier de manière solitaire, hors du cadre scolaire.

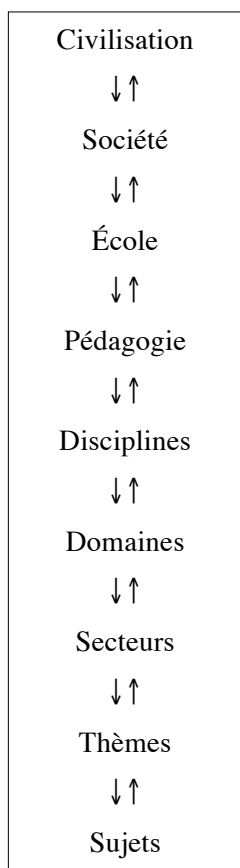
La mémoire ostensive, propre à la dimension spécifique à l'enseignement, a été davantage étudiée dans le cadre de l'interaction mutuelle du professeur et des élèves. C'est le cas, à la suite du travail mené avec M-H. Salin, de la thèse d'A. Araya qui fournit une première catégorisation des gestes mémoriels accomplis par le professeur. Il s'agissait avant tout de l'étude des gestes permettant la constitution d'un milieu pour l'étude ; ce qui a d'ailleurs permis d'interroger à nouveau frais la notion de milieu et d'en proposer une définition fonctionnelle élargie. Néanmoins, une autre fonction pour la mémoire ostensive, repérée dès l'origine dans ma thèse, concernait les moments d'institutionnalisation ; moments au cours desquels l'essentiel à mémoriser est mis en exergue, tandis que l'on décide volontairement d'oublier certains traits qui ont pourtant contribué à l'élaboration de l'organisation

mathématique à retenir. L'étude des gestes mémoriels enseignants relatifs à l'institutionnalisation reste donc à engager ; ce qui sera le sujet du mémoire de M2 de Karine Bernad-Drousset que je dirigerai à partir de l'automne 2010.

Cependant, concernant la gestion de la mémoire ostensive dans les moments de création d'un milieu pour l'étude scolaire, la thèse d'A. Araya montrait de grandes variations entre les deux professeurs suivis pour le recueil des données de terrain. L'un d'eux utilisait et sollicitait fortement la mémoire didactique afin de créer un milieu pour l'étude, et l'autre moins. Faute d'une étude didactique sur ce sujet, et donc faute d'une formation professionnelle qui l'intègre, les variations interindividuelles d'un professeur à l'autre jouent à plein, avec sans doute des conséquences sur l'apprentissage qui, elles aussi, méritent une étude. On aborde alors le vaste continent qui a pu être désigné par Guy Brousseau, dans un premier temps, comme étant celui de « l'épistémologie spontanée des professeurs ». En fait, diverses conditions et contraintes venant du savoir proprement dit tel qu'il est après transposition, venant des conditions didactiques prévalant pour son étude, et aussi du vaste « bain social » au sein duquel sont plongés l'Ecole et ses acteurs (élèves et professeurs, administratifs), interviennent dans la constitution de cette « épistémologie spontanée des professeurs » que l'on peut rapprocher d'une technologie des savoir-faire enseignants tels qu'ils existent, en moyenne, dans le système éducatif.

On conçoit alors la difficulté à analyser l'ensemble de ces facteurs et les conséquences induites sur la constitution d'une telle épistémologie spontanée, pour une approche qui se voudrait holistique. Plutôt que de me lancer dans une tâche de nature prométhéenne, la première décennie des années 2000, riche en dispositifs pédagogiques innovants initiés par les volontés ministérielles, m'a conduit avec d'autres à tenter d'analyser les effets sur l'enseignement des mathématiques des changements structurels intervenus dans le système éducatif français. A partir de ces changements et de leurs effets, en acte, on peut inférer l'expression de certains des termes de cette épistémologie spontanée, relevant en grande partie de l'idéologie, et que l'on pourrait subsumer sous le terme de « rapport aux praxéologies enseignantes », car elle contient à la fois une pratique et ce qui se pense ou se dit à son propos et à propos de certaines des modifications de ce rapport au gré des changements institutionnels créés dans le système. La section suivante de cette note de synthèse expose certains des éléments qui peuvent nourrir une partie d'un tel travail.

PARTIE III. ETUDE DE QUELQUES EFFETS ISSUS DES CONDITIONS ET CONTRAINTES VENUES DES NIVEAUX DE CODETERMINATION DIDACTIQUE EN GRANDE PARTIE EXTERIEURS AUX MATHEMATIQUES, ET DES CONDITIONS POUR DES MODIFICATIONS EVENTUELLES



L'enseignement des mathématiques, dans sa forme et son contenu, ne s'autorise pas de lui-même ; il en va ainsi de tout autre savoir. Il a majoritairement lieu au sein d'une Ecole qui possède son organisation propre. Ecole plongée dans une société ayant défini, par l'intermédiaire de certaines de ses institutions, ce qu'on y enseigne, qui y enseigne, ainsi qu'une pédagogie générale de cet enseignement. C'est ce que schématise le modèle ci-contre des niveaux de codétermination didactique proposé par Yves Chevallard (2007), dans lequel les flèches indiquent l'interaction des niveaux entre eux, même si l'ampleur et la nature de l'action d'un niveau sur un autre restent encore des questions ouvertes et à instruire par la recherche. Ce modèle, en surplomb de tous les autres, renvoie au niveau de la civilisation. En effet, l'Ecole de la civilisation occidentale, telle que nous la connaissons actuellement, n'est évidemment pas l'Ecole des civilisations orientales, ni celles des civilisations grecques ou latines de l'Antiquité, même si certains traits subsistent. Les points de vue sur l'instruction, l'éducation et l'élève ont

changé, et on imagine mal, par exemple, qu'un élève puisse encore de nos jours subir la fêrule du maître, comme cela était d'usage dans les écoles cathédrale du Moyen-Age, ou encore des violences physiques telles qu'elles se pratiquaient encore, avec le consentement des parents, dans le système éducatif français des années 1960. Rajoutons encore que ce schéma, comme tout schéma, ne peut qu'imparfaitement traduire une certaine réalité. Les flèches courant à travers les niveaux, ainsi que les deux extrêmes constitués de la civilisation et des sujets, pourraient en effet laisser croire à une certaine linéarité. Ce schéma mériterait donc, au moins par la pensée, l'ajout de doubles flèches « sautant » par dessus certains niveaux. Par exemple, il est arrivé que « la société », à travers les institutions qu'elle s'est donnée pour cela – les noosphères qui pensent et agissent à propos de l'école –, décide de la suppression ou de

l'arrivée de l'enseignement de certaines disciplines au sein de son école, sans pour autant que cela interfère avec le niveau de la pédagogie. Au cours des dernières décennies ont été introduites, au sein du système éducatif, des disciplines nouvelles telles que l'économie, la technologie, la psychologie, tandis qu'ont disparu l'astronomie, la cinématique, les travaux manuels, par exemple, sans pour autant que cela ait nécessairement toujours influé sur le niveau de la pédagogie, même si les prescriptions relatives à leur enseignement sont passées par ce filtre. Plus simplement encore, au sein des disciplines proprement dites, les programmes ont changé. Certains thèmes et secteurs ont été modifiés ou ont disparu, de nouveaux sont apparus, sans nécessairement que les niveaux de l'école ou de la pédagogie soient intervenus dans la forme ou le contenu de leur enseignement autrement que par les contraintes ou conditions qu'ils déterminent ordinairement. Au sein des diverses institutions par lesquelles je suis passé depuis ma thèse, j'ai tenté d'analyser les interactions de ces niveaux, les uns sur les autres, à partir des diverses innovations et phénomènes produits à la rencontre des plusieurs de ces niveaux.

I. Etude de quelques dispositifs didactiques apparus dans le système éducatif français à partir de 1999 et de leurs réceptions

Au tournant des années 2000, diverses « innovations » ont été imposées et mises en œuvre, de par la volonté ministérielle, au sein du système secondaire français. Deux d'entre elles, relativement majeures à travers leur impact sur l'ordinaire de l'enseignement, ont retenu mon attention afin d'analyser leur effets, à travers les contraintes qu'elles modifiaient et les nouvelles qu'elles créaient, ou les conditions inconnues jusqu'alors qu'elles instaurent. La première est propre aux dispositifs d'aide aux élèves qui se sont progressivement installés : Aide Individualisée (AI) en 2^{de} en français et mathématiques à partir de la rentrée 1999, Aide au Travail Personnel (ATP) en 6^e des collèges ZEP « ambition réussite » à partir de la rentrée 2006. La seconde tient à l'innovation majeure, mais en partie contrariée dans son implantation au sein du système, à la fois à partir des critiques qui lui furent adressées par les enseignants et certains de leurs syndicats et des atermoiements des ministères qui décidèrent son installation, la supprimèrent, la laissèrent aux choix des équipes, etc. : il s'agit de dispositifs visant à favoriser l'enquête, le questionnement ouvert, et qui prirent pour noms Travaux Personnels Encadrés (TPE), Itinéraires De Découverte (IDD). La première catégorie de ces innovations porte donc sur l'aide que le système souhaiterait fournir aux élèves afin qu'ils

améliorent leur apprentissage ; la seconde propose un changement majeur dans la manière dont l'école permet la rencontre des élèves avec les savoirs.

1. L'aide aux élèves

Les observations et analyses que j'ai pu mener avec d'autres sont relatives à deux des dispositifs d'aide aux élèves mis en place dans le système éducatif. Mais ces deux formes d'aide portent la trace de choix communs à tous ceux, par delà leurs dénominations différentes, qui ont été implantés dans le système éducatif au cours de la dernière décennie (« aide personnalisée » à l'école primaire à partir de 2008, ou « accompagnement personnalisé » dans les lycées à travers la réforme qui entrera en application en septembre 2010), et que l'on peut identifier comme relevant des niveaux de codétermination didactique extérieurs aux disciplines elles-mêmes. Ainsi sous les appellations officielles qu'ils ont prises, « aide *individualisée* » en 2^{de} ou « aide au travail *personnel* » dans les ZEP ambition réussite, ils constituent une sorte de matérialisation de certaines des représentations venant des niveaux de la société, voire de la civilisation⁷², et qui donnent, pour l'attribution d'échec ou l'aide à apporter, le primat à l'individu dans sa singularité, et non aux groupes d'élèves rencontrant des difficultés⁷³. Le système a aussi « oublié » d'envisager que les difficultés sont peut-être propres au savoir lui-même, ou aux connaissances et savoirs antérieurs sur lesquels il s'appuie ; c'est-à-dire que l'on procède à l'identification des classes de difficultés propres à l'enseignement d'un sujet ou d'un thème, ce qui supposerait une analyse didactique du savoir après transposition.

Une autre caractéristique, relative à la mise en place des dispositifs d'aide, est l'absence de consignes données aux professeurs quant aux techniques didactiques pour les piloter de manière appropriée et efficace. Ainsi, par exemple, l'accompagnement personnalisé, qui constitue l'un des éléments nouveaux de la réforme du lycée, est-il défini par le BOEN du 4 février 2010 en des termes qui exposent seulement les formes génériques qu'il peut prendre, « selon l'évolution des besoins de ces derniers [*il s'agit des élèves*] » : « travail sur les

⁷² Par exemple, le dispositif des *teaching assistants* a été mis en place en Grande-Bretagne à partir de 2003 et semble produire les mêmes effets négatifs, à l'inverse de ceux escomptés, que ceux que l'on peut observer en France, si l'on en croit le travail mené par l'*Institute of Education* de l'Université de Londres, présenté en septembre 2009.

⁷³ Par contraste, ce ne fut pas toujours ainsi au sein du système éducatif français ; par exemple lors de la mise en place du soutien, aussi qualifié « groupes de soutien » souvent distingués de l'aide individualisée, dans le « Collège unique » inauguré par la réforme Haby du 11 juillet 1975, afin de gérer l'hétérogénéité des classes résultant de la fusion des types 1, 2 et 3 de l'organisation antérieure.

compétences de base », « travaux interdisciplinaires », « construction d'un parcours de formation et d'orientation », « entretiens personnalisés d'orientation ». Ces grands types de tâches génériques ne sont pas accompagnés de la définition des techniques, ou encore des savoir-faire enseignants à mettre en œuvre. Les praxéologies didactiques pour ce dispositif sont renvoyées à des connaissances professionnelles supposées : « L'équipe pédagogique élabore le projet d'accompagnement personnalisé » est-il écrit dans cette même circulaire, ce projet étant examiné par le conseil pédagogique, présenté pour consultation au conseil des délégués pour la vie lycéenne, approuvé par le conseil d'administration. Enseignants, éducateurs et personnels de direction se trouvent placés dans la position du « sujet supposé savoir », selon le concept forgé par Lacan (1967), parce qu'institués de la sorte par l'institution dont ils sont membres et par celle, de niveau supérieur, dont ils dépendent. L'exemple pris à propos de l'accompagnement personnalisé au lycée peut être répété à l'envi pour d'autres dispositifs du même type, tels que l'aide individualisée en 2^{de} pour le français et les mathématiques (BOEN n° 25 du 24 juin 1999), l'aide au travail personnel en ZEP et les Programmes Personnalisés de Réussite Educative (BOEN n° 14 du 30 mars 2006), l'accompagnement éducatif à l'école primaire (BOEN n° 25 du 19 juin 2008). Individualisation de l'aide et absence de définition des techniques didactiques auxquelles recourir compromettent par avance l'efficacité de tels dispositifs. C'est ce que nous avons analysé à l'aide de la théorie didactique, à partir des résultats obtenus par l'IREDU sur l'aide individualisée en 2^{de}, et observé et analysé sur un dispositif d'aide au travail personnel dans une 6^e de ZEP ambition réussite d'un collège de Marseille.

a. L'aide individualisée en 2^{de}

Avec mon collègue R. Noirfalise, nous avons repris pour la revue *Petit x* dans ses éditions de 2002-2003⁷⁴, les résultats établis en 2000 par l'IREDU, qui montraient l'impact de l'aide individualisée sur la progression des élèves, rapportée à un groupe témoin d'élèves de même niveau qui ne la suit pas : en français un impact globalement négatif, et en mathématiques, après une longue période où il était négatif, un impact faiblement positif vers la fin de l'année scolaire. L'explication que nous avons donnée repose sur la mise en évidence de certaines des règles du contrat didactique qui ne sont plus respectées au sein du dispositif de l'aide individualisée, ce qui compromet l'apprentissage des élèves. Nous en avons identifié trois, les deux premières engageant les responsabilités respectives du professeur et des élèves au sein

⁷⁴ Op. cit.

du processus d'étude, et la troisième, conséquence des deux premières, étant relative à l'avancée du temps didactique. La première règle énonce que le professeur est supposé créer les conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances par les élèves et la reconnaissance de celle-ci lorsqu'elle a lieu. La seconde énonce que l'élève est supposé satisfaire les conditions d'apprentissage. La troisième énonce que, les deux premières étant satisfaites, la relation didactique doit continuer coûte que coûte. La règle 1, relative à la création par le professeur des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances par les élèves, étant satisfaite puisqu'il peut attester qu'une partie de la classe n'est pas déclarée en échec, la non-satisfaction de la règle 2 entre en vigueur pour les élèves à qui l'aide individualisée est proposée : ils ne satisfont pas aux conditions d'appropriation des connaissances auxquelles satisfait le reste de la classe. En instituant l'aide individualisée, l'institution crée un nouveau dispositif au sein duquel s'applique la règle 1, relative à la responsabilité de l'enseignant pour créer des conditions nouvelles afin que les élèves s'approprient les connaissances qu'ils n'ont pu acquérir dans le cours de la classe. Il y a ainsi transfert de la responsabilité qui incombe à l'élève vers le professeur. Or, dans la plupart des cas, celui-ci est démunie de techniques didactiques appropriées. Soit il reproduit les formes didactiques à travers lesquelles il engage les élèves à respecter la règle 2, c'est-à-dire essentiellement les entraîner par la recherche des exercices qu'il leur donne ; soit il use de divers glissements méta-didactiques à l'efficacité plus que douteuse : insistance sur la lecture des consignes, enseignement de « déductogrammes » c'est-à-dire algorithmisation des démonstrations, usage de couleurs distinctes ou de divers autres artifices dont l'impact est loin d'être assuré.

Il est possible d'expérimenter divers dispositifs pour une aide des élèves en difficulté, qui s'appuieraient non pas sur une individualisation impossible, tant les assujettissements qui construisent les personnalités des élèves sont multiples – et le professeur ne saurait les analyser pour revêtir les habits du précepteur convenant adéquatement à chacun –, mais sur l'identification et le traitement des classes de difficultés inhérentes au savoir enseigné. L'article de *Petit x* reprenait, en tant que proposition pour sortir de l'impasse dans laquelle se trouve le dispositif d'aide individualisée au sein du système éducatif, l'idée d'organiser des transitions didactiques, développée à l'IUFM d'Aix-Marseille. Le concept de transition didactique rencontre à la fois les notions de mémoire didactique et d'organisation mathématique, notamment au niveau du secteur. En effet, le savoir mathématique, mais il en est de même pour les savoirs organisés selon une mise en texte, se présente généralement sous

la forme d'un tout structuré à l'intérieur duquel ont été opérés des découpages permettant une séquentialisation à finalité didactique : on étudie les quatre opérations selon un découpage qui suit l'organisation en cycles à l'école primaire, il en est de même de la grammaire française ou d'une langue étrangère à l'Ecole ou au Collège, ou encore des sciences physiques ou naturelles dans l'enseignement secondaire, etc. Un tel découpage nécessite que des connaissances anciennes soient disponibles afin de pouvoir en enseigner de nouvelles. Il est par exemple nécessaire de connaître convenablement certaines des techniques relatives à la proportionnalité simple, enseignées au Collège, afin d'équilibrer des réactions chimiques ou de calculer la masse des produits obtenus à l'issue de telles réactions, en tant que techniques enseignées au Lycée dans le cours de physique-chimie. Ou encore, il est nécessaire de connaître l'addition pour effectuer des multiplications, et des soustractions pour effectuer des divisions. On peut multiplier les exemples dans des disciplines qui ne sont pas scientifiques : connaître les temps de l'indicatif avant d'enseigner d'autres modes pour les verbes, connaître l'usage du fer à souder avant d'assembler les composants permettant de fabriquer un ordinateur, savoir tenir un crayon ou un stylo avant de pouvoir rédiger une composition française, etc. C'est en tout cas par cette segmentation temporelle de l'enseignement des savoirs que sont bâtis les systèmes éducatifs depuis l'abandon de la scolastique entre la fin du Moyen-Age et les écoles des jésuites. Le dispositif organisant les transitions didactiques prend en charge, à partir d'une analyse du savoir nouveau et transposé que l'on souhaite enseigner, l'identification des savoirs anciens à propos desquels la mémoire pratique des élèves doit tendre vers le rapport institutionnellement attendu. Si les rapports construits à partir de cette mémoire pratique ne sont pas en adéquation avec les rapports nécessaires et attendus, un dispositif de remédiation par l'étude à la charge des élèves, mais dont les lignes directrices sont désignées par le professeur, permet d'engager la responsabilité des élèves selon la règle 2, afin qu'ils colmatent par eux-mêmes le décalage temporel entre les rapports au savoir attendus au niveau du cursus où ils se trouvent, et qui sont effectivement ceux d'une partie des élèves de leur classe, et ceux qui sont les leurs.

Un autre dispositif, non explicité dans l'article de *Petit x*, mais tenté dans une recherche menée au sein de l'INRP, consiste lui aussi à stabiliser par anticipation des connaissances indispensables pour l'enseignement d'un savoir nouveau, ou encore à faire rencontrer par avance certains problèmes auxquels répond le savoir qui sera ultérieurement enseigné. Il s'agit, dans un tel cadre, de faire rencontrer par anticipation sur le temps didactique officiel, et en acte, par des élèves réputés faibles et de ce fait s'exprimant relativement peu dans la classe,

un milieu pour l'étude qui sera requis dans un temps ultérieur, au cours de l'enseignement délivré à tous dans la classe. Ce dispositif pour lequel l'aide apportée aux élèves intervient non pas après le cours, mais par anticipation sur l'enseignement à venir, nécessite lui aussi qu'une analyse du savoir à enseigner ait été préalablement conduite. Ainsi a-t-il été possible de construire par exemple de telles séances pour des élèves de 2^{de}, relatives à l'enseignement à venir des vecteurs, de leur somme, leur différence et leur produit par un réel. Sans devoir entrer dans l'exposé des détails du dispositif mis en place, on fait rencontrer en acte, sur papier quadrillé, la nécessité pour une première partie du groupe des élèves de communiquer à l'autre les informations nécessaires à la construction d'un triangle, translaté d'un autre dessiné sur les feuilles dont ils disposent ; puis la deuxième partie du groupe communique à la première les informations nécessaires pour translater à son tour le triangle ainsi obtenu afin d'en obtenir un troisième. De ce fait apparaît la nécessité de communiquer certaines propriétés spécifiques des vecteurs (sens, direction, norme), ainsi qu'est rencontré l'effet de la composition de deux translations successives, qui correspond à la somme de deux vecteurs, etc. ; ces notions étant par la suite enseignées à l'ensemble des élèves de la classe. Par la remémoration postulée des souvenirs du travail mené auparavant, qui se constitue en milieu donnant du sens au savoir enseigné à tous, on tente ainsi de replacer les élèves de cette « aide anticipée » au même niveau temporel que les autres, afin que l'action d'enseignement et d'apprentissage soit menée dans le cadre d'une temporalité conjointement partagée au sein du groupe-classe.

A travers ces deux exemples transparaît la nécessité pour la profession enseignante de disposer des outils lui permettant de mener à bien les analyses, ou d'utiliser des médias qui restent encore à construire, autorisant l'implantation contrôlée de dispositifs dont on peut postuler une efficacité supérieure dans l'aide aux élèves. On se heurte en ce point à une triple contrainte dont les pôles sont étroitement intriqués : celle d'une formation professionnelle enseignante insuffisante qui ne permet pas à la profession de mener à bien de telles analyses et de diriger de tels dispositifs, celle des ressources manquantes en termes de médias sur lesquelles s'appuyer pour diriger ces dispositifs, celle des noosphères qui « inventent » des dispositifs sans donner aux enseignants les moyens de les piloter. La raison tient sans doute, pour cette dernière instance, parce qu'elle ne sait, elle non plus, mener à bien les analyses nécessaires au contrôle *a priori* des dispositifs qu'elle crée, comme le révèle l'examen de l'aspect lacunaire des directives données dans les circulaires promulguées au BOEN.

b. L'aide au travail personnel des élèves en 6^e de ZEP « ambition réussite »

L'observation et l'analyse de la mise en place de l'aide au travail personnel (ATP) d'élèves, assurée par trois professeurs différents (mathématiques, français, éducation physique et sportive) en direction des élèves d'une même classe de 6^e d'un collège de ZEP de la banlieue marseillaise⁷⁵, conduisent à des conclusions par certains points similaires à celles propres à l'aide individualisée en 2^{de} ; même si nous n'avons pas pu évaluer l'efficacité du dispositif. Dans le travail commun que nous avons mené en 2006 - 2007 sur l'ATP, je me suis plus particulièrement intéressé à l'analyse des gestes que les professeurs accomplissaient pour mener à bien l'aide apportée aux élèves. Ces trois professeurs étaient volontaires et animés de la volonté sincère d'aider les élèves en difficulté de cette classe.

Dans ce cas encore, la recherche de prescriptions venant de la noosphère ministérielle et propres à circonscrire une définition pratique de la forme que prendra l'aide pour ces élèves, reste vaine. Si plus d'un million de références relatives à l'aide aux élèves existent sur l'Internet, en ne se concentrant que sur celles venues des structures de l'Education Nationale (Eduscol, Rectorats, CRDP) pour l'ATP, on ne trouve guère que la description de genres de tâches dont les techniques nécessaires à la mise en œuvre restent à la charge de la créativité des professeurs. Ainsi, par exemple, va-t-on renvoyer le lecteur qui chercherait ces techniques à une partie de la circulaire de 1997 relative à la mission du professeur « capable d'identifier et d'analyser les difficultés d'apprentissage des élèves, de tirer le meilleur part de leurs réussites, et de leur apporter conseils et soutien personnalisés avec le souci de les rendre acteurs de leur progression. » Nous avons pu relever, à partir de l'analyse de ce texte trouvé sur le site du Rectorat de l'Académie de Paris, au moins trois types de « postures » que l'enseignant devrait endosser pour aider l'élève en difficulté : être consultant analysant les besoins et les attentes, être clinicien, être méthodologue.

Face à des injonctions qui aboutissent, en filigrane, à cumuler trois fonctions nécessitant chacune une sérieuse formation professionnelle, le site Eduscol recense quelques dispositifs proposés en acte, au sein des établissements, par des personnels qui recourent aux réponses trouvées dans ce qu'ils connaissent, ou dans ce qu'ils imaginent possible : « faire faire les devoirs en classe sous la conduite d'un professeur », « faire apprendre les leçons », rédiger

⁷⁵ L'environnement de ce collège des quartiers Nord de Marseille subit fortement la crise ; à titre de seul indicateur quantitatif, 91 % des élèves de ce collège sont boursiers.

« des fiches pédagogiques » à destination des parents et des élèves, « qui définissent clairement un emploi du temps du travail personnel, le temps à y consacrer, le lexique des consignes, les méthodologies de mémorisation, etc. », mettre en place des « ateliers de méthodologie ». De nouveau placés dans la position du sujet supposé savoir, rien n'est dit par les établissements eux-mêmes sur les techniques et les gestes requis des professeurs pour réaliser ces grands types de tâches... puisque techniques et gestes professionnels pour l'ATP ne sauraient être reconnus de l'institution comme inexistantes ou ignorés (à supposer qu'ils existent) ; ou encore, *a minima*, comme nécessitant d'être questionnés.

Pourtant, dans les discussions avec les chercheurs, les professeurs ne sont pas dupes. Et même si l'un d'eux attribue des vertus qu'ils n'ont pas aux textes sur l'aide individualisée, il leur déclare : « Il y a des textes sur l'aide individualisée, sur les études dirigées, mais sur ce dispositif ATP, rien... Il n'y a pas de programme [...] Dans le cadre disciplinaire tu as un programme et... Il n'y a pas de programme en fait à l'ATP. » Pour ces professeurs qui n'enseignent qu'une discipline, contrairement aux professeurs des écoles polyvalents, une difficulté supplémentaire apparaît encore : celle de devoir accompagner le travail des élèves dans des disciplines dont ils ne sont pas spécialistes, ce qui n'est pas le cas de l'aide individualisée en 2^{de} où l'aide en mathématiques et en français est assurée par un professeur de la discipline.

Placés face à la nécessité de gérer l'ATP, c'est-à-dire de mettre en place un cadre institutionnel au sein duquel chacun, professeur et élèves, tient un rôle qui reste par bien des points à définir, les professeurs trouvent des réponses dans des postures spécifiques de fonctions sociales leur paraissant relever d'une certaine proximité avec celle qu'on leur demande d'assumer. Ainsi, parmi les trois professeurs observés, l'un se comporte-t-il comme un éducateur cherchant à développer l'autonomie des élèves, l'autre comme un enseignant qui assure un soutien scolaire, et le troisième comme un parent qui veille à ce que les devoirs soient faits et les leçons apprises. Il n'y a pas, à proprement parler d'inventivité didactique de la part de ces professeurs, seulement conversion dans un système nouveau dont le mécanisme reste à inventer, de certaines figures sociales trouvées à l'extérieur et que l'on pense congruentes ; ce qu'on ne saurait leur reprocher. On rencontre de nouveau, en ce point, le décalage persistant dans le domaine de l'éducation, entre les injonctions institutionnelles portant sur des dispositifs nouveaux et les recherches qui auraient dû précéder leur implantation dans le système. Inverser l'ordre temporel aurait sans doute permis de les étudier

au préalable, afin tout à la fois de les rendre plus efficaces, et de ne pas laisser livrés à leur seule ingéniosité les enseignants qui doivent les mettre en œuvre.

2. Les Travaux Personnels Encadrés comme interrogation sur les formes didactiques

a. La définition du dispositif et les questions émergentes

L'année scolaire 2000-2001 a vu la mise en place des Travaux Personnels Encadrés (TPE) en classe de 1^{re}, avant son extension à la classe Terminale en 2001-2002. Ils ont été supprimés en classe Terminale en 2005-2006, mais subsistent encore en classe de 1^{re} et leur évaluation est toujours prise en compte pour l'obtention du Baccalauréat. Contrairement aux instructions lacunaires qui présidaient à la création de l'aide individualisée en 2^{de} et de l'Aide au Travail Personnel des élèves de ZEP, un nombre important de circulaires et de documents d'accompagnement ont été produits par le ministère de l'Education Nationale lors de la mise en place des TPE⁷⁶. L'objectif assigné aux TPE est de « mobiliser, croiser connaissances et compétences liées à des disciplines pour en dégager une recherche, une problématique et une réalisation qui, tout en restant modestes, s'inscrivent dans une démarche interdisciplinaire ». Pour cela, des regroupements de deux à quatre élèves dirigés par deux professeurs de disciplines différentes, s'engagent dans une démarche de recherche deux heures hebdomadaires pendant un semestre, afin d'apporter des éléments de réponse à une question qu'ils ont le plus souvent choisie mais qui a été conjointement travaillée avec leurs professeurs.

En tant que formateur associé à l'IUFM d'Aix-Marseille à l'époque où ont été mis en place les TPE, j'ai dû assurer la formation d'enseignants à partir d'un groupe de formateurs dirigé par Yves Chevallard, et composé de professeurs de mathématiques, physique, sciences naturelles, ainsi que d'une documentaliste. Le travail de conception de la formation a débouché sur la proposition d'un modèle, élaboré par Yves Chevallard (2001), du dispositif des TPE et des dialectiques par lesquelles passer pour l'étude par la recherche d'éléments de réponse à la question initiatrice d'un TPE. Ce modèle, ainsi que son développement au cours des années 2000, ont contribué à l'ouverture d'un nouveau domaine au sein de la théorie anthropologique du didactique. A l'intérieur de cette partie de la TAD, une place importante est consacrée au modèle pour la conception et l'analyse d'ingénieries qui ont pris pour nom

⁷⁶ On en trouve une grande partie sur le site : <http://eduscol.education.fr/D0050/LXTACC01.htm>

celui de Parcours d'Etude et de Recherche (PER). La partie qui suivra sera consacrée à l'exposé de quelques-unes des raisons qui motivent cette nouvelle forme d'enseignement et à l'analyse de ce que révèle leur implantation locale au sein du système éducatif en termes d'analyses des contraintes et de conditions. Depuis 2005, je me suis en effet attaché à initier et développer une équipe désormais constituée de neuf groupes académiques, qui produisent des PER passés, analysés et observés avant d'être stabilisés et diffusés.

Revenant aux TPE, la conception de la formation de 2000-2001, puis la préparation de cours en direction de PLC2 de mathématiques de 2003 à 2007, m'ont donné l'occasion de retravailler les liens entre les savoirs et leur genèse d'une part, et les formes que peut prendre leur enseignement d'autre part. La question a été engendrée par la nécessité d'appréhender dans quelle mesure le dispositif des TPE, auquel on peut adjoindre celui des Itinéraires De Découverte (IDD) qui n'ont vécu qu'un temps au Collège, relève d'une épistémologie scolaire jusqu'alors inédite à l'échelle d'un système éducatif ; et donc de comprendre en quoi il bouleverse les habitudes didactiques auxquelles recouraient jusqu'alors les professeurs. Le texte de ma conférence invité au colloque 2008 du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec contient une synthèse de ce travail **[Document 14]**.

Ce travail a été entrepris avant la lecture de l'ouvrage de Michel Fabre (2009)⁷⁷, au sein duquel il opère un rapprochement entre les approches de Dewey et de Bachelard : « [...] pour nos deux philosophes, ce qu'il y a de plus haut dans l'activité de penser consiste dans le traitement des problèmes. » (p. 110), ou encore « En réalité, Bachelard comme Dewey définissent une épistémologie de la problématisation et non pas seulement une épistémologie de la résolution du problème » (p. 112). C'est bien le point relatif à « une épistémologie de la problématisation » que met en exergue le dispositif des TPE, tandis que jusqu'alors, cette dimension, connue notamment en didactique⁷⁸, avait été évacuée de l'épistémologie scolaire. Reprenant l'examen des diverses formes didactiques, des plus courantes jusqu'à celles qui sont marginales au sein du système éducatif, j'ai tenté de définir la place du problème, ou plutôt de la question afin d'arriver au problème, que chacune d'entre elles lui réservait, relativement aux attentes tournées vers l'élève et le professeur. Chevallard (1996) a proposé

⁷⁷ *Philosophie et pédagogie du problème*, Vrin, Paris

⁷⁸ Dès l'origine de la didactique des mathématiques, notamment dès la Théorie des Situations Didactiques (TSD), on rencontre une inspiration venue de ces deux philosophes : à travers la notion de situation pour l'emprunt à Dewey, et à travers l'idée de genèse du savoir, artificielle dans le cas du didactique, et d'obstacle épistémologique mais aussi dans ce cas didactique, pour l'emprunt à Bachelard.

une extension à d'autres domaines que scientifiques de la célèbre phrase de Bachelard, « toute connaissance scientifique est réponse à une question ». Dans un cours donné lors de la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, il définit ce qu'il appelle, à la suite de Meyerson, une œuvre⁷⁹ : « J'appelle œuvre toute production humaine *O* permettant d'apporter réponse à un ou des types de questions *Q*, questions “ théoriques ” ou “ pratiques ”, qui sont les raisons d'être de l'œuvre – et cela sans considération de la “ taille ” de l'œuvre. » Il cite alors quelques exemples d'œuvres qui relèvent de divers domaines des activités humaines, et non exclusivement scientifiques : la ville, la monnaie, la chirurgie, le théâtre, le droit, la monarchie constitutionnelle, la géométrie euclidienne, etc. Si l'on part du double postulat qu'une des fonctions de l'Ecole est de faire rencontrer quelques œuvres, ou parties d'œuvres, que la société a sélectionnées dans le vaste champ des œuvres humaines, et que celles-ci sont des éléments de réponses à des questions, souvent perdues dans la société et donc dans l'Ecole, il est tentant d'examiner la place assignée à la question selon les dispositifs didactiques existants ou envisageables.

b. L'ostension assumée et l'ostension déguisée

Guy Brousseau (1996) a identifié diverses formes d'enseignement et divers types de contrats didactiques. Les plus courants, au sein des systèmes éducatifs, relèvent de l'ostension directe assumée, ou de l'ostension déguisée. Le travail d'ingénierie didactique mené à partir de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) a mis en avant une forme d'enseignement désigné sous le nom « d'enseignement par adaptation », développé au COREM de l'école Michelet de Talence, et qui connut diverses tentatives d'exportation locale dans le système éducatif, notamment durant la décennie des années 1980. L'économie générale du système n'a pas permis de disposer d'un terreau favorable au développement de l'enseignement par adaptation tel qu'il est envisagé depuis la TSD : cela supposerait un changement profond de certaines pratiques enseignantes et, corrélativement, un développement des formations initiale et continue d'une toute autre ampleur que celles que l'on connaît. Il faudrait aussi mobiliser d'importantes forces productives en termes d'ingénieurs didacticiens ; ce que la société ne peut ou ne souhaite pas. Une des raisons à la racine de l'absence de reprises des ingénieries produites par la TSD dans le système éducatif – si l'on veut bien écarter les formes édulcorées

⁷⁹ Le terme d'œuvre paraît subsumer celui, antérieur, de savoir. La TSD opère une distinction entre connaissances et savoirs (Brousseau et Centeno, 1991) dans la mesure où les savoirs sont dépersonnalisés, décontextualisés, institutionnalisés, afin de pouvoir circuler au sien d'une institution donnée ou de la société (cette idée est aussi présente dans l'ouvrage *La transposition didactique*, de Y. Chevallard)

qu'on y voit parfois circuler à travers certains manuels –, tient sans doute à la place qu'il faudrait accorder aux questions génératrices des savoirs, ou des œuvres si l'on reprend la terminologie de la TAD, et à leur traitement au sein des systèmes didactiques.

Ainsi « la société », ou plutôt certains de ceux qui décident de parler en son nom et, partant, de la représenter, ayant opéré des choix parmi les œuvres ou certaines parties d'entre elles, le processus de transposition didactique peut-il commencer. Il débouche, dans sa production minimale, au niveau de laquelle certaines noosphères l'arrêtent parfois, sur la rédaction d'un programme⁸⁰. Ces derniers sont quelquefois accompagnés de conseils ou de consignes pour leurs mises en œuvre. L'étape suivante du processus porte sur les systèmes didactiques élémentaires constitués d'un enseignant, d'élèves et d'un programme, afin de répondre à la question de la rencontre, par l'intermédiaire du professeur, des élèves avec les éléments de savoir constitutifs du programme.

Le cours magistral a constitué, depuis la création de l'Ecole obligatoire et pendant des décennies, la technique courante de l'enseignement. Elle prenait la forme d'une ostension directe et assumée d'éléments du savoir, en direction des élèves. On y exposait le cours en y montrant tout d'abord un certain nombre d'éléments technologiques (une définition, une propriété, un postulat, etc.), suivis le plus souvent d'exemples ; c'est-à-dire de l'ostension des techniques que la technologie permet de construire, ou des phénomènes qu'elle explique (une expérience de physique, une tournure littéraire, un passage musical, etc.) Les élèves devaient ensuite apprendre le cours et s'exercer à l'usage des techniques, parfois même en inventer qui n'avaient pas été montrées, à l'aide d'éléments trouvés dans le corpus constitué du cours magistral copié. Des vestiges de cette forme se rencontrent de nos jours dans la lecture de

⁸⁰ A titre d'exemple, le programme de philosophie de Terminale Littéraire est contenu dans un tableau de 6 lignes et 2 colonnes (BOEN n° 25 du 19 juin 2003) auquel est adjoint une liste d'auteurs valant pour les trois séries générales ; celui de mathématiques de Terminale Scientifique est contenu dans des tableaux occupant 7 pages (BOEN hors série n° 4 du 30 août 2001). Cette comparaison n'est sous-tendue par aucun jugement de valeur, mais souligne le fait que l'un nécessite davantage d'explicitation que l'autre pour des enseignants qui ont à les mettre en œuvre ; cette différence tenant aux spécificités de la discipline, de sa transposition didactique, des noosphères qui s'y sont penchées. Tous deux n'évoquent pas les questions, ni *a fortiori* les problèmes, auxquelles répondent les savoirs dont ils exposent la liste à enseigner. Ainsi en philosophie, on peut lire dans les attendus du programme : « Dans toutes les séries, la liste des notions s'articule à partir de cinq champs de problèmes, eux-mêmes désignés par des notions, isolées ou couplées, qui orientent les directions fondamentales de la recherche. Ces cinq notions ou couples de notions occupent la première colonne des tableaux ci-après. » Définir en quoi l'examen de ces notions que sont « le sujet, la culture, la raison et le réel, la politique, la morale », concerne-t-il des « problèmes », est laissé au travail du professeur. Dans le programme de mathématiques de TS, si le mot « problèmes » apparaît à de nombreuses reprises, on ne trouve guère qu'une seule occurrence pour laquelle il est employé dans le sens d'un engendrement du savoir : « L'étude des suites et fonctions sera motivée par la résolution de problèmes : elle n'est pas une fin en soi. »

certain passages de manuels, parce que le cours magistral se calque sur le texte d'un exposé précédemment rédigé ou pensé, oral ou écrit, qui lui sert d'appui. Par exemple, on peut encore trouver dans un ouvrage de grammaire de 2006⁸¹, le passage suivant : « **Définition du COD.** Le COD représente l'être ou la chose sur lesquels porte l'action exprimée par le verbe.

<u>L'enfant</u>	<u>caresse</u>	<u>le petit chat.</u>	<u>Le vent</u>	<u>secoue</u>	<u>les arbres.</u>
sujet	V	COD	sujet	V	COD »

Il n'est pas bien difficile, à partir de cette trame, de retrouver la structure magistrale d'un cours de grammaire d'un passé toujours présent. Dans cet exemple, la question motivant le savoir n'a pas été portée à la connaissance des élèves. Mais il aurait pu être du domaine du possible que l'exposé magistral du cours ait été précédé, en direction des élèves, de l'évocation d'une question à laquelle il répond. Néanmoins, la responsabilité de la production de la réponse, sous la forme du savoir enseigné, incombe entièrement au professeur. La transformation de la question en un problème, c'est-à-dire la problématisation de la question, n'est pas envisagée ; ni au plan didactique, ni sans doute au plan de la conception de l'enseignement puisque, dans la plupart des cas, il n'est pas besoin de connaître les origines épistémologiques du savoir pour établir avec lui un rapport suffisant pour l'enseigner. Quoi qu'il en soit, si cela a été le cas, cela reste du domaine du travail privé du professeur. On perçoit donc implicitement que cette problématisation a sans doute eu lieu, mais par des personnes et dans un temps étrangers aux systèmes didactiques ; ils n'ont pas à assumer sa prise en charge, ni même son évocation.

La forme didactique qui a succédé à l'ostension directe est empreinte de la pression conjointe venue de la société, sensible au développement des pédagogies nouvelles et attentive à la place réservée « à l'enfant » ou à l'élève qu'on disposera « au centre », et des instructions officielles qui prônent pour l'Ecole un enseignement laissant une large place à l'activité de l'élève ou, *a minima*, au cours dialogué. Berthelot et Salin (1992), analysant depuis les mathématiques ce type d'enseignement, l'ont qualifié d'ostension déguisée. Elles peut prendre la forme de la « résolution de problèmes », mais ceux-ci sont présentés au sein d'un cadre qui a déjà pris en charge la problématisation d'une question ; de ce fait, elle en est devenue le plus souvent absente. Le professeur dévoile le savoir en partie masqué au cours d'un processus censé entretenir la fiction que l'élève, par son activité, l'a produit. Les mathématiques, à travers les activités qui occupent une partie importante du nombre des pages

⁸¹ Il s'agit du « célèbre » Bescherelle, paragraphes 255 et 256.

des manuels, ou du temps d'horloge des séances en classe, fournissent de nombreux exemples d'enseignement par ostension déguisée. Mais cette forme est générale, au-delà de la spécificité disciplinaire, comme nous avons pu le constater sur le cas de l'enseignement des notions de sensation et de perception d'un enseignement de psychologie en 1^{re} STG (sciences et techniques de gestion), selon une méthode dite OAC pour « observation, analyse, conceptualisation », préconisée dans les instructions officielles accompagnant le programme (Panissal, Matheron, Brossais, 2008). Comparant les techniques didactiques auxquelles recourent une enseignante expérimentée et une enseignante débutante, pour la même phase de début du chapitre sur les notions de sensation et de perception, on pouvait constater, la plus grande efficacité procurée par l'ostension déguisée en ce qui concerne la stabilité de la position enseignante.

En effet, l'enseignante débutante tente d'engager la classe dans la démarche OAC préconisée, mais faute de disposer des outils théoriques nécessaires pour la mener à bien, les élèves restent incapables d'analyser les raisons pour lesquelles la figure qu'ils observent représente alternativement une jeune femme ou une vieille femme. L'enseignante sauve alors la séance en faisant avancer le temps didactique, par le recours à une sorte de maïeutique laissant croire aux élèves qu'ils possédaient déjà en eux les connaissances permettant de poser les définitions de la sensation et de la perception, qu'en fait, elle leur donne. Par contre, l'enseignante expérimentée a décidé de présenter aux élèves ces définitions à travers un texte qui, par sa difficulté, les masque en partie⁸². Il y a ainsi substitution d'objet de savoir pour une démarche OAC qui ne porte plus sur l'observation expérimentale du phénomène dont les concepts rendent compte, mais sur l'observation et l'analyse d'un texte qui contient le savoir. L'enseignante attribue néanmoins, par une sorte de fiction didactique, la construction du savoir aux élèves, alors que son excription d'un texte constituait la seule dimension problématique qu'ils aient rencontrée.

En résumé, l'ostension déguisée continue de situer la responsabilité de la production de la réponse du côté du professeur, la question pouvant ou non être évoquée auprès des élèves. La réponse, sous la forme du savoir enseigné, peut advenir à la suite un processus de masquage de la responsabilité de la production du savoir, à travers la fiction de cette attribution à

⁸² Il s'agit d'un texte extrait de l'ouvrage *L'homme cognitif*, d'A. Weil-Barais.

l'élève. Comme pour le cours magistral, son support, qui revêt la forme de l'enseignement par activités ou du cours dialogué, transcende les spécificités disciplinaires.

c. L'enseignement par adaptation

L'enseignement par adaptation, auquel se réfère la Théorie des Situations Didactiques (TSD) à travers les ingénieries qu'elle a produites, prend au sérieux la question de la production du savoir en tant que réponse à une question, et les places respectives du professeur et de l'élève – ce terme étant entendu dans son sens générique –, relativement au couple (question ; réponse). Guy Brousseau (1998) écrit ainsi : « Le travail du professeur consiste donc à proposer à l'élève une situation d'apprentissage afin que l'élève produise ses connaissances comme réponse personnelle à une question et les fasse fonctionner ou les modifie comme réponses aux exigences du milieu et non à un désir du maître. » Le savoir est donc produit par l'élève en tant que réponse à une question qui lui est dévolue ; ou plutôt dont la responsabilité de la production de la réponse lui est dévolue. Le rôle fondamental du professeur consiste tout d'abord en la construction d'une situation, ou d'une suite de situations, dans lesquelles il engage les élèves, et qui contiennent toutes des milieux dénués d'intentions permettant la rencontre des élèves avec la question. Puis le rôle de l'enseignant consiste à maintenir l'engagement des élèves dans diverses dialectiques (d'action, de formulation, de validation et d'institutionnalisation), sans intervenir sur le savoir en construction au cours des trois premières, et qui aboutissent toutes à la construction du savoir comme réponse à la question. Le travail du professeur, en amont de l'enseignement, est donc de nature à la fois épistémologique et didactique. Il lui est en effet nécessaire de questionner le savoir, d'analyser ses raisons d'être et son écologie, de concevoir des situations à dévoluer aux élèves, qui leur permettent de construire des connaissances nouvelles en s'appuyant sur les anciennes à partir des actions sur un milieu et de ses rétroactions ; ce qui présuppose qu'un tel milieu ait été adéquatement pensé par l'enseignant, puis convenablement dévolu aux élèves. On conçoit la difficulté de l'entreprise, notamment pour un professeur isolé dépourvu des connaissances épistémologiques et didactiques nécessaires, ainsi que les raisons de l'absence de reprise, et de créations en acte, d'ingénieries didactiques de ce type au sein du système. Au-delà de la sympathie que ces ingénieries ont rencontré, notamment au niveau de l'enseignement primaire, et qui trouve parfois sa source dans les idéologies généreuses venues de la société pensant l'Ecole et l'éducation et véhiculant l'idée que « l'élève doit être l'acteur de la construction du, voire de “ son », savoir », l'ordinaire de l'enseignement ne propose le

plus souvent que des formes très édulcorées de ce type d'enseignement par adaptation. Revenant à la question du partage des responsabilités dans le couple (question ; réponse), dans les ingénieries venues de la TSD, la responsabilité de faire construire et produire la réponse par les élèves incombe au professeur. Il en est de même de la réflexion et l'analyse pour la construction des diverses étapes, les situations constituant le support de la problématisation, et par lesquelles il fera passer les élèves⁸³. Le savoir que l'on enseigne de cette manière, dans ce cas encore, est prédéterminé par le programme au sein duquel il est désigné comme étant à enseigner.

d. La forme didactique inédite que recouvrent les TPE

L'arrivée des TPE au sein du système éducatif, ainsi que celle des Itinéraires De Découverte même si ce dispositif a connu une moins grande ampleur, dépasse de beaucoup, du point de vue des enseignants, le niveau habituel des difficultés de gestion auxquelles ils sont ordinairement confrontés ; et sans doute aussi, par certains aspects, celui propre au « pilotage » des ingénieries bâties à partir de la TSD. En effet, dans le cas des TPE, il n'y a plus de programme déterminant un savoir à enseigner, mais quelques « thèmes » et « sous-thèmes » bornant les TPE⁸⁴. Il est donc impossible de réaliser, sous une forme habituelle, une transposition didactique *a priori* d'un savoir à enseigner ; aussi bien celle consignée dans un programme, que celle concernant le travail du professeur qui, même s'il ignore les mots désignant son travail, poursuit la transposition didactique à travers ses préparations de cours.

La programmation d'un savoir supposerait, au minimum, qu'une fois la question génératrice du TPE déterminée, le professeur qui, tout comme les élèves, souvent ne connaît pas lui-

⁸³ Une rapide description de la TSDM (le M signifiant « en mathématiques ») est donnée par Brousseau (2003) dans son glossaire en ligne : « Un objet mathématique étant déterminé par une de ces définitions classiques, il s'agit de concevoir un ensemble de conditions qui fasse qu'un sujet doive nécessairement utiliser cet objet comme moyen pour obtenir un certain résultat. [...] Elles seront modélisées par un ou des systèmes mathématiques appelés "situations" et formellement structurées comme des "jeux" mathématiques. [...] [Une situation] est choisie de telle manière que la stratégie de résolution ne puisse être mise en œuvre que grâce à une certaine connaissance mathématique. La méthode qui consiste à définir un objet mathématique par un ensemble de relations qu'il est seul à satisfaire est classique. La seule différence ici est que l'ensemble des relations est un "jeu". La détermination d'une connaissance mathématique par un problème, dont cette connaissance est la solution, est un procédé aussi ancien que les mathématiques. La TSDM est simplement une théorisation de ce procédé. [...] La méthode de définition des objets mathématiques par leur fonction peut être étendue à tous les objets non primitifs et non mathématiques de la TSDM. »

⁸⁴ L'enseignement d'exploration qui a pris pour nom « Méthodes et pratiques scientifiques » en 2^{de}, dans le cadre de la réforme du lycée inaugurée à la rentrée 2010, semble reprendre ce schéma propre aux TPE : une simple définition de quelques thèmes et sous-thèmes à propos desquels il est possible d'engager l'étude des élèves, une question qui en émerge ayant été posée.

même la réponse, mène une enquête préalable sur les savoirs à convoquer, en tant qu'outils pour la construction d'éléments de réponses.⁸⁵ Cette enquête menée, le risque existe alors que l'enseignant expose, à la place du résultat d'une recherche menée par les élèves, des réponses à des questions qu'ils auraient été en droit de se poser ; réponses que, tout autant, ils auraient été en droit d'apporter. Dans l'ordinaire de l'enseignement, la transposition se poursuit en acte, lors des séances en classe, par l'intermédiaire des adaptations que connaît le savoir enjeu de la relation, au fur et à mesure que le professeur est amené à réguler ses interactions avec les élèves. Dans le cas des TPE, la fonction régulatrice assumée par l'enseignant est moins nette ; il oriente la recherche mais elle peut s'avérer infructueuse, ce qui peut être perçu comme un échec dans l'étude des savoirs utiles à l'instruction de la question. Le professeur assume la fonction de répartition et de division du travail de recherche au sein de chacun des petits groupes d'élèves ; l'unité de la classe disparaît. Il doit néanmoins veiller à maintenir l'unité de chaque groupe, tout en orientant ce travail vers la convergence des éléments épars provenant de la recherche des élèves, dans le but de construire une réponse consensuelle au sein du groupe à la question initiatrice du TPE.

Revenant sur le partage des responsabilités de chacun en ce qui concerne la question et la production de réponses, le professeur se retrouve donc le plus souvent dans la même position que les élèves pour la recherche et la problématisation de la question. Sa responsabilité consiste à organiser les conditions pour la production d'une réponse possible, qui n'existe peut-être pas encore ailleurs que dans le collectif qui la produira à l'issue de son travail de recherche. Une partie des conditions de cette production, conditions nécessaires mais pas toujours suffisantes, passe par la constitution d'un milieu pour l'étude de la question. C'est-à-dire d'un ensemble de moyens que l'on s'est donnés, et non pas qui ont été disposés dans un milieu adidactique convenablement apprêté, comme c'est le cas des ingénieries conçues à partir de la TSD, et de réponses partielles apportées aux sous-questions qui émergent de l'enquête, au fur et à mesure de son développement ; réponses dont on a le devoir d'interroger la validité. On retrouve en ce point la problématique de la dialectique des médias et des milieux proposée par Y. Chevallard. La dimension adidactique de certaines situations, constituées à partir des questions, engage vers la recherche de médias ; à leur tour, les

⁸⁵ Citons quelques exemples illustrant la nécessité d'une enquête. Qui est capable de fournir, sans un minimum de recherche, une réponse argumentée à la question de savoir quelle est la période, si elle existe, entre deux éclipses totales de soleil en le même point du globe ? Une enquête conduit-elle forcément vers des réponses définitives à toute question ? N'y a-t-il pas des questions sans réponses, tout au moins au moment historique que nous vivons ?

réponses qu'on y trouve poussent à la recherche d'autres milieux et d'autres médias, notamment pour la mise à l'épreuve des réponses apportées ou des nouvelles questions qu'elles engendrent.

Cette dialectique est en grande partie erratique, grandement indéterminée, au fur et à mesure des rencontres plus ou moins aléatoires faites au cours de l'enquête, qu'elles entrent ou non en résonance avec ce que l'on connaît déjà ou avec le but que l'on souhaite atteindre. C'est ce que résumait déjà Bachelard (1938) dans sa formule : « une marche vers l'objet n'est pas initialement objective ». Elèves et professeurs sont plongés dans un environnement doublement indéterminé. Pour le professeur, parce qu'il ne connaît pas par avance le lieu où l'enquête qu'il dirige va le mener ; lieu le plus souvent extérieur à la discipline qu'il enseigne, ou carrefour d'un ensemble de savoirs relevant de plusieurs disciplines. Pour les élèves, parce qu'ils n'ont pas la certitude que le professeur va les mener là où, dans le contrat didactique ordinaire, le professeur est censé les conduire : c'est-à-dire vers la connaissance du savoir visé par l'étude⁸⁶. Devant la difficulté introduite par cette nouveauté, notamment face à la responsabilité d'assumer la problématisation d'une question quand on ne s'est jamais exercé à cette tâche, le poids des déterminations venues du niveau pédagogique, c'est-à-dire de ce qui s'y fait, a souvent détourné les TPE réalisés de leur objet : les professeurs engageaient leurs élèves dans une production qui ressemble davantage à un exposé – forme connue de travail scolaire –, qu'à une réponse à une question problématisée. Dans un TPE, le contrat n'est plus strictement didactique mais porte, pour le professeur, sur la nécessité d'apporter une aide à chacun des élèves dans son étude de la question ; et pour chaque élève, sur sa contribution au travail collectif du TPE au sein du groupe, croisée à l'exercice d'une confiance critique envers les réponses partielles apportées par les autres.

Les TPE constituent une tentative d'introduction dans le système éducatif d'une forme scolaire inédite. La connaissance nouvelle produite à l'issue d'un TPE – son caractère de

⁸⁶ Nous écrivions avec Yves Chevallard, dans une communication relative aux TPE pour un colloque de la Commission Inter-IREM de Didactique à Dijon en 2002 : « Les rôles enseignant du professeur et enseigné de l'élève s'effacent et se transforment d'autant plus qu'il n'y a plus de projet d'enseignement d'un savoir antéposé. La situation paraît répondre à celle que Herbart (1776-1841) appelait jadis de ses vœux : “ Le professeur [...] n'est plus un enseignant, (*Lehrer*), l'étudiant n'est plus un enseigné (*Lernender*) ; mais ce dernier poursuit des recherches personnelles, le professeur ayant pour tâche de le guider et de le conseiller dans ces recherches ”. » Depuis lors, Y. Chevallard a développé une théorisation qui s'appuie sur ce qu'il a nommé « le schéma herbartien ».

nouveauté s'appliquant à la communauté de la classe, mais souvent aussi au-delà de cet univers clos à travers sa diffusion, par exemple à l'établissement – n'est pas déposée dans des disciplines désignées comme étant à enseigner. Elle est construite en tant que réponse à une question dont le collectif s'est emparé ; et il peut ou non la considérer comme élément d'un savoir, d'une petite œuvre qu'il est bon de connaître. La construction de la réponse suppose à la fois une problématisation de la question et une enquête ; cette dernière engendrant des sous-questions à instruire elles aussi.

Le dispositif se démarque donc d'un enseignement « à programme » et des formes qu'il peut prendre ; il se démarque ainsi à la fois d'un enseignement par ostension et d'un enseignement par adaptation. Dans ce dernier cas, les situations construites par l'enseignant, ou plutôt le didacticien, prennent tout autant en charge la problématisation de la question que l'on dévolue aux élèves, que leur rencontre avec les éléments leur permettant d'y apporter des réponses⁸⁷. Les milieux des situations et l'enchaînement des situations ont été construits à cet effet. Aussi les élèves n'ont-ils pas à les rechercher, mais à transformer en connaissances nouvelles les résultats issus du fonctionnement de dialectiques constituées des actions sur les milieux qui leur sont donnés, et des rétroactions produites ; cela avant qu'une phase d'institutionnalisation permette d'identifier comme des savoirs une partie de ces connaissances nouvelles. En ce sens, on pourrait considérer le dispositif des TPE comme allant plus loin que l'enseignement par adaptation dans « l'effacement » des rôles d'enseignant – celui qui montre –, et de professeur – « celui qui se déclare expert », d'après son étymologie latine –, afin de laisser une place plus grande aux élèves dans l'étude, la construction de réponses, et éventuellement de savoirs. On perçoit, à travers l'implantation du dispositif dans le système éducatif, la volonté d'apporter une contribution à la formation « d'esprits libres et éclairés », ayant à construire par eux-mêmes et dans un temps ultérieur, grâce à une enquête autonome menée hors du cadre scolaire, des réponses à des questions auxquelles leur vie d'adulte et de citoyen les confrontera. L'extinction de la nécessité de s'astreindre personnellement à la forme scolaire est en effet l'un des buts assignés à l'éducation et à l'enseignement : pouvoir se passer des institutions constituées pour « être porté vers le haut » dans la connaissance –

⁸⁷ En TSD, les situations de la mesure de l'épaisseur des feuilles de papier pour enseigner les fractions me semblent prototypiques d'une problématique prise en charge par le didacticien, et non par les élèves, et de situations bâties *a priori* par le didacticien pour les élèves, afin qu'ils construisent des connaissances grâce à une dialectique avec des milieux conçus à cet effet : trouver un code, confronter les codes, constituer des tableaux faisant apparaître la proportionnalité et les travailler, travailler sur des couples puis se demander si ce sont des nombres afin d'arriver à l'addition de certaines fractions, etc. (*Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire* de Nadine et Guy Brousseau, 1987, pages 1 à 23)

autrement dit « être élève », c'est-à-dire engagé dans un processus grâce auquel on s'élève –, ou au contraire rechercher leur fréquentation lorsqu'on en éprouve soi-même la nécessité.

II. Conditions, contraintes et propositions pour un enseignement problématisé

L'étude de ces dispositifs nouveaux, au cours de la dernière décennie, permettait de faire porter le regard sur le point de rencontre entre, d'une part une volonté venue du niveau de la société et des conditions qu'elle se donne pour la réaliser à travers son Ecole et, d'autre part, une réalité faite de contraintes venues tant des agents appelés à mettre en œuvre ces dispositifs, que des conditions d'implantation insuffisamment étayées par une réflexion préalable dans le cas d'instructions officielles lacunaires. Comme on l'a vu, l'engagement des professeurs dans des formes jusqu'alors inédites d'enseignement ou d'aide, les a souvent conduits à y importer des techniques venues de pratiques professorales antérieures ; c'est-à-dire à convoquer leur mémoire pratique professionnelle. Ce phénomène est particulièrement accentué lorsque la mise en place de dispositifs nouveaux ne s'accompagne pas d'une formation suffisante ; ce fut le cas des dispositifs d'aide, aussi bien individualisée en 2^{de} qu'apportée au travail personnel de collégiens de ZEP. Il y a alors importation de dispositifs d'entraînement des élèves, à travers des exercices relatifs au savoir qui a été enseigné dans le cas de l'AI en 2^{de}, quand ce n'est pas simple répétition du cours, alors qu'il aurait fallu identifier au préalable les difficultés spécifiques du savoir, les besoins d'étude des élèves et leurs rapports à des connaissances antérieures nécessaires pour leur enseigner avec profit de nouveaux savoirs, etc. C'est encore le cas du dispositif d'ATP où les professeurs observés convertissent certaines des fonctions propres à divers assujettissements (parent, éducateur, précepteur ou professeur) dont ils perçoivent la proximité, afin de s'engager dans cette nouvelle pratique scolaire ; les textes officiels leur fournissant bien peu d'indications.

1. Tension entre volonté institutionnelle et formation professionnelle des enseignants

Quoi qu'il en soit, et même si les intentions étaient différentes, des dispositifs tels que les TPE portaient, pour la première fois à un point aussi élevé, une des idées à la base des ingénieries didactiques : faire vivre par les élèves une genèse du savoir, à travers l'instruction d'une réponse à une question problématique dans le cas des TPE, et à travers un enchaînement de

situations chargées d'une problématique dont la levée se trouve dans le savoir que vise l'enseignement, dans le cas des ingénieries didactiques, notamment dans celles issues de la TSD. Pour ce qui concerne les ingénieries venues de la TSD, il s'agissait à l'origine de produire sous contrôle des phénomènes didactiques – une phénoménotechnique aurait dit Bachelard –, afin de les étudier pour constituer de la sorte un corpus théorique portant sur le didactique, notamment mathématique. L'idée de l'implantation d'un tel type d'enseignement dans le système n'était pas première ; c'est la raison pour laquelle il était tout d'abord nécessaire de disposer d'une école pour expérimenter et observer, spécialement dévolue à cet effet afin, par la suite, d'étudier et théoriser. Par contre, la visée explicite des TPE implantés au niveau du cycle terminal était d'introduire une génération d'élèves à une forme transposée de recherche scientifique, dans un champ délimité par les divers thèmes nationaux ; il n'était pas dans l'esprit de ses instigateurs d'en faire un outil de recherche. A ma connaissance, pour la première fois à une échelle aussi grande, était portée en acte, et au niveau de l'enseignement, la rupture avec ce que Fabre (2009) qualifie « d'impasse néo-positiviste », et qui est, en fait, une double impasse : la séparation « entre base empirique et théorie » et le « privilège exorbitant donné à la logique de justification sur celle de la découverte ». Au plan didactique, l'impasse « néo-positiviste » se retrouve dans la forme propre à l'ostension sous ses diverses déclinaisons, assumée ou déguisée : d'une part, l'exposition d'un savoir « théorique » puis ses applications ou exercices, sans que la base empirique constitutive du savoir soit évoquée ou vécue, et d'autre part, une logique de la découverte renvoyée à la sphère privée de celui qui étudie, et non pas portée par un collectif, par exemple une classe, c'est-à-dire rendue publique.

Les préconisations émanant à intervalles réguliers des instructions officielles – actuellement celle d'engager les élèves dans une « démarche d'investigation » pour les disciplines scientifiques et la technologie⁸⁸ – peuvent être interprétées comme des symptômes d'une volonté diffuse de rompre avec une telle imprégnation « néo-positiviste » dans l'abord des savoirs scolaires. Outre les difficultés résultant d'une forme inédite d'enseignement, la possibilité d'une telle implantation, même limitée à une courte période du temps scolaire, se heurte à la réalité de la formation à l'enseignement, quand elle existe. La structure qui a été la

⁸⁸ *Programme d'enseignement de mathématiques, Classes de 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, août 2008, http://media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf*

sienne jusqu'à un passé récent est sans doute insuffisante pour prendre en charge de tels changements. Une étude menée sur une promotion de PLC2 de mathématiques de l'IUFM de Toulouse en début d'année⁸⁹, et relative aux ressources à mobiliser pour concevoir un enseignement du nombre dérivé d'une fonction en classe de 1^{re}, révélait que pour une majorité d'entre eux, ses connaissances mathématiques personnelles constituaient les seules ressources à mobiliser. Pour cette majorité, une préparation de séance d'enseignement ne nécessite ni le recours aux programmes, ni aux manuels, ni *a fortiori* aux ouvrages qui traitent de la question (Matheron, 2008) **[Document 12]**. On mesure le chemin à faire parcourir durant une formation à la durée limitée à deux trimestres environ, afin que le minimum attendu d'un professeur puisse être assuré, par la majorité d'entre eux, dès la rentrée suivante qui verra leur titularisation. Même si cela est tenté, former à un type d'enseignement au cours duquel les élèves construiraient le savoir comme réponse à une question et seraient engagés dans une démarche scientifique didactiquement transposée, relève le plus souvent d'une ambition qui ne se concrétise qu'après d'une infime minorité d'une promotion. Pourtant les outils qui permettraient, pour toute une profession, d'aller vers la maîtrise d'authentiques savoirs professionnels, existent désormais, tant au niveau des sciences de l'éducation en général, qu'en ce qui concerne la didactique des mathématiques en particulier, de même que pour d'autres disciplines, comme on a pu le montrer pour l'enseignement secondaire (Matheron Y. & Noirfalise R., 2007) et l'enseignement primaire (Noirfalise A. & Matheron Y., 2009). Pour concevoir des séquences qui engagent les élèves dans la recherche de réponses, par l'enquête ou l'investigation, afin qu'à l'issue de ces démarches, les connaissances produites deviennent le savoir dont l'intention sociale a confié la responsabilité de l'enseignement à l'Ecole, deux conditions minimales semblent devoir être remplies. Il est d'une part nécessaire de disposer des outils théoriques qui permettent de concevoir *a priori* un enseignement permettant de faire vivre une genèse didactique du savoir ; or les formations initiale et continue ne peuvent actuellement suffire pour mettre ses outils à la disposition des enseignants. D'autre part, la conception d'un tel type d'enseignement nécessite la mobilisation d'un collectif, car elle excède le plus souvent les capacités d'un seul individu, fût-il particulièrement brillant et disposant d'un temps presque exclusivement consacré à cette tâche. C'est l'un des

⁸⁹ Il s'agit des élèves-professeurs qui viennent de réussir le concours du CAPES ou de l'agrégation. Parmi eux, seule la catégorie des certifiés non redoublants ayant suivi la préparation au CAPES dans cet IUFM (PLC1) connaissait une majorité de PLC2 déclarant utiliser d'autres moyens que leurs seules connaissances. Dans toutes les autres catégories, que ce soit celles des agrégés, des redoublants, ou de ceux ayant suivi une préparation PLC1 ailleurs qu'à l'IUFM de Toulouse, la majorité déclare n'utiliser que ses propres connaissances.

enseignements à tirer des recherches menées à partir du travail du groupe AMPERES qui doit mobiliser plusieurs dizaines de personnes pour cela⁹⁰.

2. Expérimenter localement afin de déterminer l'univers des possibles

Le travail de recherche et de développement de formations de professeurs sur les TPE a permis à Yves Chevallard l'accomplissement de nouvelles avancées dans la théorie anthropologique du didactique. A la modélisation de l'enseignement des mathématiques sous forme d'Activités d'Etude et de Recherche (AER) a succédé une modélisation, toujours actuellement en travail, pour des Parcours d'Etude et de Recherche (PER). Alors que le modèle des AER permet de fixer un cadre pour des ingénieries didactiques portant sur un sujet ou un thème (un chapitre), celui des PER inscrit l'étude et la recherche dans un processus didactique plus long car portant sur des savoirs propres à divers secteurs inclus parfois dans plusieurs domaines des mathématiques (on se réfère ici au modèle de l'échelle des niveaux de codétermination didactique rappelée en ouverture de cette partie de la note de synthèse). L'étude s'étend ainsi sur plusieurs semaines non nécessairement contigües, voire plusieurs années, à l'occasion de reprises d'une question à laquelle on ne peut apporter de réponse complète dès le premier abord. Plusieurs types de PER peuvent exister, mais les contraintes propres à l'Ecole et à l'enseignement d'une discipline qui obéit à un programme à respecter, impliquent une autolimitation du degré d'ouverture de la question initiale et des sous-questions qui émergent de la recherche afin qu'elle aboutisse à l'étude de savoirs au programme. La description à grands traits qui vient d'être faite porte sur des PER que Yves Chevallard a désignés, dans son cours de la XV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques en août 2009 (à paraître à La Pensée Sauvage éditions), comme étant finalisés, par contraste avec les PER ouverts, se rapprochant des TPE.

a. Pourquoi « re-dynamiser » l'enseignement des mathématiques ?

L'observation de l'enseignement courant des mathématiques, tel qu'il existe au sein du système éducatif, fait apparaître un certain nombre de phénomènes d'ordre macro-didactique. Quelle que soit l'entrée théorique en didactique que l'on utilise pour les observer, un constat s'impose, conséquence sans doute de la mise en texte du savoir didactiquement transposé, et qui s'exprime plus nettement en mathématiques : celui du morcellement du savoir enseigné en

⁹⁰ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/>

sujets ou en thèmes (Matheron, 2008a) **[Document 10]**. Cette forme didactique induit des conséquences sur le rapport que nourrissent les professeurs à leurs praxéologies professionnelles lorsqu'on les interroge à ce propos : des rapports très tenus à l'enseignement des secteurs et des domaines des mathématiques tels qu'ils apparaissent au sein de l'échelle des niveaux de codétermination didactique. Une conséquence, sans doute plus sérieuse pour ce qui concerne le rapport aux mathématiques que les élèves peuvent établir, tient à ce que les présentations atomisées où chaque unité apparaît close, fermée sur elle-même, renvoient le plus souvent au domaine personnel, et en grande privé, la construction des liens et des articulations permettant de trouver de la cohérence. Le sens global échappe à celui qui cale le temps de son apprentissage sur celui de l'exposition chronologique du savoir, sans s'autoriser des retours sur ses propres apprentissages dispersés sur un temps plus long, se privant ainsi de reconstructions après-coup qui favorisent la construction de sens. A l'effet induit par la parcellisation se surajoute l'absence, précédemment soulignée, de problématisation des savoirs enseignés. Une étude d'Establet, reprenant en 2005 l'enquête initiée par Meirieu auprès des lycéens en 1998, permettait de mettre en exergue l'évaluation négative qui est la leur envers les mathématiques et les sciences : à leurs yeux, elles ont avant tout un intérêt scolaire et stratégique, afin d'accéder à une situation professionnelle élevée, mais ne parlent pas du monde dans lequel ils vont entrer. Une analyse plus fine des organisations mathématiques des programmes, notamment du Collège, montre une désarticulation de la cohérence propre à certaines de leurs parties ; c'est par exemple le cas de l'algèbre, de l'étude des nombres relatifs comme je l'ai récemment montré lors du III^e congrès international sur la TAD en janvier 2010, ou encore de l'arithmétique élémentaire. Pour ces parties des programmes, les indications d'ordre didactique qui en résultent portent avant tout sur des prescriptions relatives aux savoir-faire à acquérir, bien peu sur les éléments technologiques les justifiant d'un point de vue mathématique et les rendant compréhensibles par les élèves, encore moins sur les situations problématiques dans lesquelles les engager ou la manière de les gérer.

b. Une tentative de développement d'un enseignement des mathématiques basé sur une dynamique d'étude et de recherche pour des classes ordinaires du système éducatif : le projet (CD)AMPERES

La raison principale qui motive le projet (CD)AMPERES (Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire) est double (Matheron, 2008c). Il s'agit d'une part de déterminer sous quelles

conditions il est possible de faire vivre, dans le second degré, un enseignement des mathématiques engageant les élèves dans une dynamique de genèse du savoir par la recherche collective d'éléments de réponses à une question qu'ils ont, sous la direction d'un professeur, la responsabilité d'instruire. D'autre part de faire en sorte que cette question soit suffisamment ample pour générer non pas un seul sujet ou un seul thème mathématiques d'un programme donné, mais plusieurs secteurs des mathématiques, au cours d'un processus s'étendant sur plusieurs années du cursus. Autrement dit, engager les élèves dans un travail mathématique de recherche qui ait une certaine épaisseur épistémologique et, tout à la fois, évite le cloisonnement induit par la décomposition du programme en chapitres apparaissant déconnectés les uns des autres. Pour cela, diverses équipes académiques de professeurs sont mobilisées pour la conception de ce type d'enseignement, sa passation dans des classes représentatives de l'hétérogénéité des situations scolaires – des classes de ZEP à celles d'établissements de centre-ville –, l'observation et l'analyse de ce type d'enseignement, afin de déterminer sa viabilité au sein du système éducatif.

Disciplines	Au plan didactique, c'est-à-dire en ce qui concerne le rapport à l'étude que l'on souhaite voir établi par les élèves, le schéma restreint des niveaux de codétermination didactique permet d'illustrer le changement opéré. Les interactions du professeur et des élèves relativement au savoir, qu'ils aient à l'enseigner pour le premier ou à l'apprendre pour les seconds, suivent en effet une sorte de processus inversé, quelle que soit la forme prise par le type d'enseignement ; qu'il suive une temporalité s'appuyant sur une décomposition en éléments simples ou, au contraire, que l'on place les élèves face à une question de grande envergure qui appelle des savoirs nourrissant un secteur tout entier, voire plusieurs.
↓↑	
Domaines	
↓↑	
Secteurs	
↓↑	
Thèmes	
↓↑	
Sujets	

Dans le cas d'un enseignement tel qu'on le trouve le plus souvent exposé dans les manuels et sur lequel se calquent majoritairement les professeurs, le travail préalable mené par le professeur ou par les auteurs des manuels, consiste à partir d'un secteur ou d'un thème à enseigner puis à le découper en autant de sujets face auxquels seront placés les élèves. Du point de vue des élèves, le travail d'établissement de liens entre les divers sujets ainsi rencontrés suppose une réorganisation, afin de parvenir à construire les agrégations constitutives du thème et du secteur. Un tel travail, mené par certains élèves – généralement ceux qui réussissent en mathématiques –, est le plus souvent d'ordre privé, car non assumé

publiquement au sein de la classe. Soumises à une telle organisation didactique, les différences interindividuelles interviennent de manière cruciale dans la constitution de rapports au savoir différenciés d'un élève à un autre. On pourrait voir ce trait comme résultant des manières de faire propres à un enseignement qui se calque sur le découpage en chapitres comme il est d'usage dans les livres et manuels scolaires. Pourtant, une lecture attentive des programmes laisse transparaître une attente institutionnelle qui porte sur les seuls sujets, à travers ce qui est désigné comme relevant des « capacités attendues » des élèves : l'accent y est mis sur les savoir-faire propres à des organisations ponctuelles, c'est-à-dire sur les techniques permettant d'accomplir un seul type de tâches. Sur le cas des nombres relatifs enseignés en 5^e et 4^e, les capacités attendues des élèves peuvent être, par exemple : « utiliser la notion d'opposé », « ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale », ou calculer la somme, la différence, le produit et le quotient de deux nombres relatifs. Ne sont pas prises en compte, parmi les « capacités attendues », c'est-à-dire soumises à évaluation, les connaissances propres aux éléments technologiques qui autorisent, et rendent compréhensibles en les justifiant, les techniques opératoires sur les relatifs. Or, celles-ci relèvent ou s'appuient le plus souvent sur des organisations mathématiques qui dépassent le seul niveau du thème des nombres relatifs : ce sont, sur cet exemple particulier, des propriétés qui étendent, tout en restant compatibles avec celles-ci, celles que l'on a antérieurement rencontrées sur les nombres positifs (appelés aussi parfois « nombres arithmétiques », pour désigner ceux étudiés jusqu'au tournant du Collège), et que l'on doit rappeler et retravailler pour l'occasion. Il en sera de même pour les « nombres fractionnaires ». Placés aux seuls niveaux des sujets ou des thèmes, comme cela a déjà été évoqué, les élèves qui le peuvent reconstruisent par eux-mêmes la cohérence globale des mathématiques enseignées ; ce travail n'est pas institutionnellement porté par l'organisation du secteur des nombres relatifs... Les mouvements des professeurs et des élèves sont ainsi en quelque sorte, inversés : les professeurs partent des secteurs et « descendent » vers les sujets, les élèves rencontrent les sujets et doivent « remonter », le plus souvent par eux-mêmes, vers les thèmes et les secteurs.

Le processus initié par le projet AMPERES tente de faire vivre une démarche qui est contraire à la précédente. Pour l'instance « professeur », il s'agit de rechercher les raisons d'être communes à plusieurs sujets et thèmes, afin de déterminer une question à dévoluer aux élèves située le plus haut possible dans les niveaux de codétermination didactique ; le plus souvent au niveau d'un secteur, ou engendrant des parties d'un secteur. Une telle question génère en principe une étude de grande ampleur. Son instruction par les élèves, sous la direction du

professeur, débouche généralement sur la rencontre de sous-questions. L'ensemble constitue une sorte de plan d'étude qui apparaît, aux yeux des élèves, comme se nourrissant d'une dialectique de la recherche d'éléments de réponses à la « grande » question et aussi, tout à la fois, aux questions nouvelles qui émergent au fil de ce travail. C'est ainsi que se construisent des savoirs qui se laissent organiser en thèmes et sujets du programme. Regroupés en thèmes, ils constituent *a posteriori* un ensemble dont la cohérence est fournie par les réponses qu'ils apportent à la question génératrice de l'étude.

Plusieurs exemples permettent d'éclairer le propos qui précède ; on n'en prendra qu'un seul ici⁹¹. En géométrie, les élèves de Collège étudient le cercle, la médiatrice d'un segment, la symétrie orthogonale, le triangle, les polygones. Selon les programmes, ceux des Terminales Scientifiques demandent d'étudier, en lien avec les angles, la cocyclicité, c'est-à-dire la propriété, pour plusieurs points, d'appartenir au même cercle. Quel lien entre toutes ces « notions » ? N'y aurait-il pas une question dont peuvent s'emparer les élèves, qui se déclinera en diverses sous-questions, et qui permette de donner une cohérence d'ensemble à des objets d'étude *a priori* si disparates aux yeux des élèves ? Elle fournirait aussi, par conséquent, une cohérence temporelle à leur étude.

Rechercher combien il est possible de faire passer de cercles par un point, deux points distincts, trois points alignés ou non, quatre points, etc., est pourtant une étude qui permet de rencontrer la médiatrice, la symétrie, le cercle circonscrit au triangle, les polygones réguliers ou non, les angles orientés – et peut-être encore d'autres thèmes qu'une analyse mathématique plus approfondie permettrait de dégager –, en tant que réponses à des questions dont on a collectivement organisé la recherche. C'est aussi une étude s'étendant sur une grande partie d'un cursus scolaire, lui redonnant ainsi du sens, et que l'on peut reprendre à l'occasion, parmi d'autres études, lorsque le professeur le décide ou lorsque le besoin de connaissances nouvelles y incite. A l'opposé d'une forme d'enseignement qui s'appuie sur l'émiettement du savoir, au sein de laquelle la reconstruction des liens est le plus souvent confiée à l'étude privée des élèves, la cohérence est dans ce cas fournie par l'étude collective d'une question portée à la fois par le savoir à construire et le groupe qui s'attèle à sa construction.

⁹¹ On trouve d'autres exemples sur le site réservé à la mise en ligne de certaines des productions d'AMPERES : <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/>

3. Conditions et contraintes révélées par le projet AMPERES

Les divers niveaux de codétermination didactique autorisent et contraignent à la fois les mathématiques enseignées et les formes que revêt leur enseignement ; dans ce sens, les conditions qui permettent qu'un enseignement ait lieu sont aussi accompagnées de contraintes qui interdisent l'enseignement de certaines dimensions du savoir et certaines des formes de l'enseignement. Le projet AMPERES constitue, à côté de son aspect lié au développement, un dispositif clinique pour la recherche qui permet, à partir des perturbations qu'il y crée, l'étude du système éducatif tel qu'il est. La partie qui suit expose quelques-uns des premiers résultats établis.

a. Conditions et contraintes venues du niveau de la discipline

Un des premiers couples (conditions, contraintes) relève évidemment du programme proprement dit. Sans programme, et donc programmation d'un enseignement, comment créer un temps didactique, qu'enseigner ? Et inversement, dans la mesure où tout programme est le fruit d'une transposition didactique qui rend un savoir enseignable, les choix qui sont faits parmi les objets de savoir, les organisations de savoir qui en résultent, les prescriptions données, etc., sont autant de conditions que de contraintes portant sur ce qui est à enseigner et sur la manière de le faire. Les exemples qui émaillent cette note de synthèse en ce qui concerne les mathématiques illustrent cet état de fait. L'étude des couples (conditions, contraintes) portant sur le savoir, et qui relèvent donc du niveau de la discipline – tant pour ce qui concerne le savoir didactiquement transposé, que pour son épistémologie –, a constitué une grande partie des recherches en didactique des mathématiques dès les débuts du développement de ce champ.

Afin de pouvoir implanter les propositions développées par AMPERES au sein du système secondaire, ou encore pour qu'elles soient acceptées par les professeurs soumis au respect du programme, en France peut-être davantage que dans d'autres pays européens, il est nécessaire de tenir compte de certaines des contraintes venues de ce niveau. Ainsi les organisations mathématiques telles qu'elles apparaissent dans le programme, c'est-à-dire essentiellement sous forme de savoir-faire (les capacités attendues), sont-elles respectées. Mais plusieurs conditions nouvelles sont ajoutées : faire, autant que possible, rencontrer et construire par les élèves les éléments technologiques de ces organisations mathématiques en tant qu'éléments

validant les réponses apportées aux questions émergeant de l'étude, et faire en sorte que la dynamique de l'étude porte sur des organisations mathématiques plus larges que celles relevant du sujet ou du thème. Pour ce dernier point, les organisations mathématiques effectivement étudiées relèvent du secteur ou d'une partie du secteur, et leur étude occupe de ce fait plusieurs années du cursus.

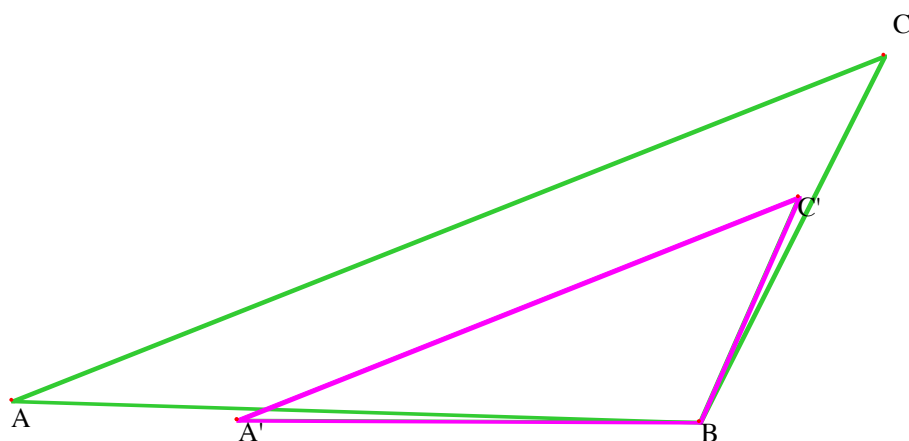
b. Conditions et contraintes venues du niveau de l'école

Davantage, sans doute, dans l'enseignement secondaire qu'à l'Ecole élémentaire, le temps scolaire est découpé par les sonneries qui signalent le début et la fin des « heures de cours » ; traditionnellement d'une durée de 55 min. Ces scansions organisent les changements d'activité, et signalent le plus souvent que l'on passe de l'étude d'une discipline à une autre. Au niveau du lycée, une extension d'une heure est parfois obtenue dans une discipline d'une classe donnée ; le « cours » dure alors deux fois 55 min indivisibles. De tels blocs horaires insécables pèsent sur la manière dont les plages d'enseignement des mathématiques sont le plus souvent organisées. Ainsi, une sorte d'implicite professoral veut qu'une « heure » d'enseignement soit fréquemment gérée de la manière suivante : d'abord un problème puis sa solution, soit ce qu'on appelle « une activité », puis une institutionnalisation sous forme de « courte synthèse », soit ce qu'on nomme « le cours », enfin la donnée d'exercices, soit ce qu'on nomme « les applications » ou « l'entraînement » ; ces derniers préparant le travail que les élèves auront à accomplir hors du temps d'enseignement.

On observe ainsi comment, sous l'effet des pratiques enseignantes courantes, une condition pour une organisation harmonieuse de la journée d'école devient contrainte didactique, ainsi que les effets qu'elle induit. Car les problèmes posés sont le plus souvent clos, rédigés en questions enchaînées – suivant une sorte d'inversion temporelle, ils sont rédigés comme des énoncés d'exercices ou problèmes d'ordinaire donnés à rechercher après que le cours se soit tenu –, sans ouverture sur d'autres questions ; ce qui mathématiquement les motive devient de ce fait peu visible du point de vue des élèves. Leur rôle, au regard du travail mathématique effectif, est alors étroitement balisé par les questions qui se suivent. Elles ont pour finalité de les faire cheminer vers la question – la dernière – dont la réponse constitue, *in fine*, l'élément de savoir que le professeur souhaitait enseigner ; la reconstruction du sens global de l'activité reste le plus souvent à la charge de l'élève, malgré le discours du professeur qui institutionnalise le savoir. Un tel balisage *a priori* de l'activité permet de contenir une part de

l'inattendu qui pourrait surgir d'une interaction des élèves et du professeur laissant davantage de place ou de jeu aux élèves mais qui risquerait, en contrepartie, de faire « déborder » de l'heure. Hormis le fait qu'il est alors difficile de dévoluer aux élèves la responsabilité d'instruire par eux-mêmes, sous la direction du professeur, une question dont ils se sont emparés, l'enseignement sous cette forme ne peut guère aller plus loin que celui du thème consignée dans un chapitre. Son étude est close lorsque le « capital-heure » est épuisé ; l'enseignement du thème se réalisant par l'agrégation de quelques sujets traités sous forme d'activités en autant d'heures de classe. On passe alors à l'étude d'un autre thème, suivant le même déroulement ; les thèmes apparaissent ainsi étanches les uns aux autres. On retrouve en ce point le problème précédemment évoqué de la nécessité, pour les élèves qui s'y engagent, de prendre par eux-mêmes en charge la constitution d'un lien entre les différents thèmes dont la succession constitue finalement le programme de l'année.

Une toute autre organisation de l'étude pour une question de plus grande ampleur peut pourtant être mise en place en conservant la contrainte du découpage en blocs temporels de 55 min. On tente de la faire vivre dans le cadre d'AMPERES lorsque la dynamique de la recherche par les élèves le nécessite, et qu'elle ne peut être brisée par le signal sonore qui indique « la fin de l'heure ». Par exemple, ayant été engagés au cours de « l'heure » dans l'observation de propriétés de triangles semblables, les élèves de 4^e s'aperçoivent que si on tente de superposer deux d'entre eux après découpage, en faisant coïncider un angle et quitte à retourner l'un des triangles, les troisièmes côtés sont parallèles, comme cela semble être vraie dans la figure ci-dessous qui illustre cette manipulation.



L'étude ne peut s'arrêter sur cette nouvelle question. Pourquoi ne se mènerait-elle pas aussi à l'extérieur du temps du « cours » en classe ? Par exemple, en se demandant si cette conjecture

est vraie et si c'est le cas, ce qui semble fortement probable, en cherchant comment la démontrer ; puis en rédigeant l'énoncé d'un problème, à poser à d'autres, qui correspond à la propriété prouvée. La correction devant la classe, par un ou quelques élèves et dans un temps ultérieur, la mise au point collective de la solution, constituent un temps de l'étude tout aussi riche d'apprentissage, sinon plus, qu'un exercice dont l'énoncé aurait pu être : « dessiner un triangle ABC , placer sur $[BC]$ un point A' et sur $[BC]$ un point C' de telle manière que dans le

triangle $A'BC'$, on ait $\hat{A} = \hat{A'}$ et $\hat{C} = \hat{C'}$. Démontrer que les droites (AC) et $(A'C')$ sont parallèles. » Dans ce type d'énoncé, comme on peut le remarquer, la question apparaît une fois de plus en fin d'une (petite) activité, avec le risque qu'elle apparaisse « gratuite », sans réel enjeu de recherche.

c. Conditions et contraintes venues du niveau de la pédagogie et de la société

L'Ecole évalue le plus souvent individuellement les élèves. C'est en effet une attente sociale que chacun, pris isolément, passe ou non dans la classe supérieure, soit déclaré reçu ou ayant échoué un examen, soit ou non sanctionné pour une faute dérogeant au règlement⁹², etc. Par ailleurs, hors l'Ecole, les jugements sont le plus souvent relatifs aux individus pris dans leur singularité : telle personne sera considérée comme un sportif remarquable, un génial inventeur, un piètre gestionnaire, un enseignant de grande qualité, doté d'un charisme permettant aux élèves de se dépasser, ou au contraire comme un raseur distillant l'ennui, etc. Le primat donné à l'individu rencontre une représentation de l'enseignement et de l'apprentissage qui correspond à ce que l'on pourrait qualifier « d'épistémologie spontanée » des enseignants. Elle aboutit à adhérer à une forme que l'on pourrait désigner sous le terme de « constructivisme individuel » : les connaissances se construisent dans l'interaction du sujet singulier avec la tâche dans laquelle il est engagé. Ainsi, un problème ou une « activité » étant proposés à l'individu-élève, il doit tenter de le résoudre seul et en utilisant uniquement ses connaissances antérieures. Si l'on retrouve en ce point la question de la mémoire, c'est sous l'angle de la mémoire individuelle, « oubliant » le recours à la mémoire collective et son secours – en l'occurrence, celle qui peut émerger de la mobilisation des mémoires individuelles des membres du groupe-classe –, se privant par conséquent des forces pour la recherche que procurent les interactions et les propositions circulant au sein du groupe. Au-delà de l'absence de mise en commun des forces individuelles, les moyens pour l'étude et la

⁹² Le principe de l'individualisation des sanctions est une règle de droit qui s'applique aux sanctions scolaires.

recherche se trouvent fortement limités par le recours aux seules connaissances de l'individu : hormis le recours au professeur, peu de médias sont disponibles (manuel scolaire, cahier de cours), voire même imaginables (recherche documentaire, recherche sur l'Internet, y compris hors temps de « classe »). Deux autres conséquences, qui peuvent être vues comme des contraintes restreignant les formes didactiques prises, en résultent : les problèmes posés aux élèves sont dénués d'une grande ouverture sur les questions du monde, les activités proposées sont pauvres ou dénuées d'adidacticité.

d. Bilan sur les conséquences relatives aux conditions et contraintes propres à l'existence des praxéologies professorales

Les travaux menés au sein des équipes AMPERES, notamment ceux consacrés à la conception *a priori* des PER et AER avec les professeurs, font apparaître à la manière d'une clinique, et parce qu'on souhaite dépasser certaines formes courantes de l'enseignement, un ensemble non exhaustif de conditions et contraintes sous lesquelles se déroulent les processus didactiques dominants. Une conséquence importante, du point de vue de l'apprentissage, concerne l'attitude de docilité didactique dans laquelle sont placés les élèves : le plus souvent, attendre que le professeur indique la solution ou le type d'exercices que l'élève devra savoir résoudre. Il est en effet difficile de s'engager seul dans l'investigation d'une question, et le découpage des « activités » en question enchaînées tend vers un évanouissement du sens de l'activité mathématique qui apparaît alors gratuite. L'attitude la plus économique du point de vue des élèves consiste alors à s'engager contractuellement dans le suivi et l'adhésion à des modalités d'étude résultant de praxéologies enseignantes très contraintes : apprendre le cours, faire les exercices, éviter de s'engager plus avant dans une dynamique d'étude de questions.

Le travail d'AMPERES dégage de nouvelles conditions pour modifier les praxéologies enseignantes afin de laisser davantage de place aux élèves pour une construction collective du savoir à enseigner. Le temps de conception *a priori* de propositions de PER, en équipe de professeurs sous la direction de didacticiens, offre les conditions pour oser déconstruire et interroger ses propres connaissances mathématiques, mener une enquête sur le savoir que l'on a à enseigner, rechercher des éléments de réponses aux questions didactiques auxquelles on se trouve confronté : dimensions historique et épistémologique de la construction des savoirs et prise en compte des tentatives explorées et des obstacles épistémologiques rencontrés, transpositions didactiques antérieures et prise en compte des obstacles didactiques suscités ou,

au contraire, évités. Il permet d'investir une partie de la distance entre le savoir savant et le savoir didactiquement transposé afin d'évaluer et d'occuper les degrés de liberté et le jeu autorisés par le programme ; c'est-à-dire par les grandes orientations qu'il donne pour le savoir transposé. Il met à la disposition des enseignants la force et les ressources procurées par un collectif de professeurs ; dans ce sens il brise l'isolement qui est souvent le lot du professeur préparant son cours, disposant pour cela de peu de moyens et de peu de temps. Le recueil des traces obtenues à partir des enregistrements audio ou vidéo des séances en classe, ou des notes manuscrites prises par les observateurs, permet l'entrée dans la nécessaire objectivation comme condition du travail d'analyse *a posteriori*. Celui-ci n'est guère mené, ordinairement, que par de rares professeurs. A partir des souvenirs qu'ils ont conservés depuis la position enseignante qu'ils occupent en classe, ils le conduisent pour eux-mêmes, et souvent sans les outils théoriques que fournit la didactique, afin de retoucher l'enseignement qui adviendra dans un temps ultérieur, parfois de l'ordre de l'année scolaire.

Comme l'indique Mercier (2002), la question initiale qui motivait les ingénieries didactiques conçues par Guy Brousseau et son équipe s'est déplacée. Elle n'est plus « Est-il possible d'enseigner cette notion avec toutes les propriétés souhaitées ? », car la preuve en a été administrée pour les mathématiques de l'école primaire, au COREM de l'Ecole Michelet de Talence. Elle devient « Comment pourrait-on créer les conditions d'enseignement de cette notion dans un nombre significatif de classes et auprès d'un nombre significatif d'élèves par classe ? » Ambition qui pourrait apparaître plus modeste, mais qui engage vers la prise en compte de questions d'une redoutable difficulté, à commencer par celles de la conception d'un tel type d'enseignement, de la formation de professeurs capables de le faire vivre dans les classes, et de la continuation des recherches portant sur les contraintes à lever, celles à conserver, sur les conditions nouvelles à mettre en place.

Explorer la possibilité d'un enseignement contribuant à une éducation basée sur l'expérience présente, en tant que formation à la maîtrise des expériences à venir

Le travail mené depuis les mathématiques dégage des traits relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage scolaires dont le degré de généralité mérite d'être exploré, en les confrontant pour cela à l'enseignement d'autres savoirs. Une des toutes premières questions porte sur une extension possible à des savoirs pouvant apparaître comme relevant d'une certaine proximité avec les mathématiques : les savoirs que l'on range sous la catégorie des « savoirs scientifiques ». On pourrait les identifier à partir de la définition déjà citée, due à Bachelard : « Toute connaissance scientifique est réponse à une question ». De telles connaissances, une fois produites, se cristallisent, s'accumulent, s'agrègent pour constituer des savoirs qui diffusent dans la société, notamment par l'Ecole. Les mathématiques répondent évidemment à la définition de Bachelard, mais il existe bien d'autres savoirs qui y répondent tout autant. Le travail mené sur l'enseignement de la psychologie cognitive avec ma collègue Nathalie Panissal, ainsi que celui d'encadrement des mémoires de M1 et M2 de Konstantinos Grivopoulos (2008 et 2009), à l'Université de Provence, sur un enseignement expérimental des nanotechnologies en classe de Terminale S, entrent dans cette catégorie et on retrouve, pour leur enseignement, des caractéristiques rencontrées depuis celui des mathématiques. Pour la psychologie cognitive, des formes didactiques dominées par l'ostension et à travers lesquelles les questions, dont le savoir à enseigner constitue des réponses, ont disparu. Pour les nanotechnologies, la volonté de mettre en place un enseignement scientifique faisant vivre les questions qui génèrent un champ scientifique récent, et les contraintes à lever pour des conditions nouvelles à créer. Plusieurs champs de recherche méritent d'être ouverts, ou leur étude d'être poursuivie, à partir de la base qui a été exposée dans ces pages. C'était déjà une des conclusions de ma thèse qu'il s'agit désormais de mettre en œuvre, si les moyens m'en sont donnés.

I. Explorer la généricité et la spécificité des organisations de savoir autres que mathématiques, et les techniques didactiques de remplacement des élèves dans ces types d'organisations

1. Interroger l'organisation des savoirs

La partie III qui précède montre l'utilité du modèle des niveaux de codétermination didactique pour appréhender les formes génériques que revêtent les processus d'enseignement, de direction ou d'aide à l'étude ; aussi bien ceux existant, que ceux que l'on souhaiterait mettre en place. Lorsqu'on cherche à spécifier les conditions et contraintes portant sur l'enseignement d'une discipline, celles relevant de son épistémologie et de sa transposition didactique doivent être prises en compte. Le modèle de l'échelle des niveaux de codétermination didactique s'accroît alors de quatre « barreaux » supplémentaires représentant les niveaux spécifiques du savoir et de son organisation : domaines, secteurs, thèmes, sujets... Et la descente vers le micro-didactique pourrait se poursuivre jusqu'au niveau des unités élémentaires de la pratique de ce savoir au sein d'une institution, que l'on a désignées sous le terme de praxèmes. Les niveaux spécifiques du savoir sont construits à l'aide du modèle des organisations praxéologiques. Celui-ci rend compte de la pratique relative à une tâche apprise à l'intérieur d'une institution, et accomplie dans cette institution ou à l'extérieur de celle-ci mais, dans ce cas, en y important cette pratique. La réalisation de la tâche nécessite une technique, généralement appropriée pour les tâches du même type, et souvent accompagnée d'un discours bâti autour d'elle pour la construire et la comprendre, ainsi que justifier de sa validité. Ce modèle est efficace pour ce qui relève de l'organisation du savoir mathématique, à partir de l'agrégation des praxéologies ponctuelles, relatives à un seul type de tâches ; cette agrégation engendre successivement les thèmes, secteurs et domaines disciplinaires. Yves Chevallard (2004) a montré l'extension de l'usage d'un tel modèle sur l'exemple des programmes de physique-chimie et de sciences de la vie et de la Terre du cycle central du Collège (5^e et 4^e). Qu'en est-il des autres programmes et des autres disciplines ? S'applique-t-il aussi aux disciplines « littéraires », aux langues, aux sciences humaines et sociales, à l'éducation physique et sportive, etc. ? Faut-il l'adapter à la spécificité de chacune d'elles ? Ces études n'ont, à ma connaissance, pas été menées à ce jour ; même si l'application possible du modèle est postulée.

2. Etudier les techniques de remplacement des élèves dans les niveaux d'organisation du savoir, c'est-à-dire les techniques de remémoration et d'oubli

Au-delà du seul aspect relatif à l'étude des savoirs et de leur transposition, dans les domaines scientifiques ou dans des champs disciplinaires distincts des sciences « dures », où le travail

n'a été que très partiellement ou pas du tout entrepris, ces questions méritent d'être traitées car elles rencontrent celles de la mémoire didactique. Le rapport pour l'INRP de 2003 montrait en effet, sur deux exemples, comment le professeur, au cours de son action didactique, tendait à « replacer » les élèves « au point de vue » – pour reprendre une expression d'Halbwachs – de certains niveaux relevant de la structuration du savoir. L'étude du rôle des niveaux de codétermination didactique dans la gestion par le professeur des souvenirs et des oublis se rapportant à la mémoire didactique que nécessite son enseignement, a été poursuivie dans le travail de thèse d'Andrea Araya. Le remplacement est obtenu grâce à certains gestes que le professeur accomplit et qui sont décrits dans cette thèse. Le choix d'un niveau élevé, de l'ordre du domaine ou du secteur ou, au contraire, celui plus restreint d'un thème ou d'un sujet, constituent un outil de régulation du milieu pour l'étude qu'il souhaite mettre en place dans la classe. La plupart de tels gestes, qu'on pourrait qualifier de praxéologies didactiques relatives à la mémoire, ont été observés à partir des interventions orales du professeur en direction de la classe. Une question qui mériterait d'être mise à l'étude est celle qui consiste à rechercher si, dans ce domaine, le professeur n'utilise seulement que des techniques recourant à la parole. Ou encore, existe-t-il des techniques qui ne sont ni orales, ni scripturales, pour l'accomplissement de ces gestes mémoriels, ou bien pour d'autres du même type mais non encore recensés ? S'engager dans ce type de recherches suppose de recourir à des dispositifs d'observation empirique qui puissent les saisir ; essentiellement des enregistrements vidéo de situations de classe. La vingtaine de films des séances sur l'enseignement des nombres relatifs dans deux classes de 5^e, construites à partir du travail de conception du groupe (CD)AMPERES de Marseille, constitue un matériau qui n'a pas encore été analysé sous cet angle. La base VISA de recueil et de mise à disposition des chercheurs de séances de classe filmées fournit un outil permettant de diversifier les matériaux empiriques nourrissant cette étude, au-delà de la seule discipline mathématique. Ce travail sera celui de la thèse d'Elie Kazan en cotutelle avec l'Université libanaise.

Un domaine dont l'exploration est à peine ébauchée à ce jour, à travers le travail d'une thèse en cours dirigée par A. Mercier, est celui du fonctionnement de la mémoire en régime autodidactique, lorsque l'élève constitue en partie pour lui-même un milieu pour l'étude personnelle. Des éléments du micro-cadre institutionnel pour la mémoire peuvent-ils être « transportés », utilisés à des fins personnelles ; si oui lesquels et sous quelle forme ? Comment s'opère le remplacement personnel dans des niveaux d'organisation du savoir, afin d'utiliser les connaissances anciennes dont on dispose pour en apprendre de nouvelles ? Est-

ce que ces techniques et ces phénomènes sont irréductiblement singuliers, attachés aux personnes à travers leurs différents degrés d'assujettissements aux institutions didactiques par lesquelles elles sont passées, ou bien des traits communs peuvent-ils être dégagés, dans le cadre d'une organisation déterminée de l'Ecole ?

II. Poursuivre la production d'ingénieries didactiques et de développement, notamment parce qu'elles nourrissent la recherche

Les ingénieries de développement en éducation visent, pour la majorité d'entre elles, l'objectif d'amélioration de l'enseignement, et donc la recherche d'une plus grande efficacité en termes d'apprentissage des élèves. La société est sans doute en droit d'attendre cette retombée de toute recherche fondamentale apte à être déclinée en applications ; même si ces applications sont parfois inattendues. Néanmoins, l'observation et l'analyse de la conception et de la passation dans les classes de telles ingénieries de développement fournissent un dispositif clinique qui nous informe sur le système ; en cela les ingénieries de ce type constituent un outil pour la recherche.

1. L'extension praxémique, entre Mnémosunè et Mètis

Un certain nombre de questions relatives à la mémoire émergent de tels travaux qui possèdent la double fonction d'être à la fois des développements de la recherche et des instruments pour l'observation clinique fournissant des données empiriques pour la recherche. Les premiers travaux d'ingénieries et les analyses qui s'en sont suivies, notamment au COREM, ont dû nécessairement prendre en compte le rôle des connaissances antérieures (*cf.* Brousseau, 1978, *Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique*, in Brousseau 1998, pp. 115-160). Dans l'article cité, Guy Brousseau note : « L'objet principal de la didactique est justement d'étudier les conditions que doivent remplir les situations ou les problèmes proposés à l'élève pour favoriser l'apparition, le fonctionnement et le rejet de ces conceptions successives. » Les « conceptions successives » proviennent de l'engagement par les élèves de « connaissances antérieures », de leur soumission à révision, à modification, à complément ou à rejet « pour former des conceptions nouvelles ». Le terme de « conception » mériterait un développement et une définition plus approfondis, mais les citations qui précèdent sont

proches de l'idée « d'épistémologie non cartésienne » de Gaston Bachelard : l'élève n'est pas comme une cire vierge.

Si l'article de G. Brousseau s'intéresse avant tout aux obstacles, il évoque aussi « les caractéristiques de fonctionnement des connaissances, *à la fois comme appui* et comme obstacle (alternativement et dialectiquement) » [*en italique dans le texte*]. Les productions didactiques ont sans doute tenu compte, de manière pragmatique, de l'idée de point d'appui fourni par les connaissances antérieures afin de concevoir des ingénieries ; comment pourrait-il en être autrement puisque l'existence de connaissances antérieures socialement construites évite le recours à l'idée de maïeutique socratique ? Elles en ont sans doute aussi tenu compte, de manière implicite, dans la modélisation des situations en terme de jeux comme la propose la TSD, car il n'est pas possible d'éviter le présupposé de connaissances antérieures, qu'elles soient mathématiques ou relevant de comportements ou de connaissances sociales, afin de permettre à l'élève « de s'engager et de jouer le jeu ». Mais, à ma connaissance, l'idée de points d'appui fournis par les « connaissances antérieures » n'a guère été analysée en tant que telle⁹³.

Or, face à un problème nouveau, dont la solution réside dans un savoir que l'on ignore encore parce qu'il l'engendre, et en dehors de tout recours à des médias comme c'est souvent le cas dans l'enseignement scolaire courant, les seuls outils dont disposent les élèves se trouvent dans leurs « connaissances antérieures ». Le sens donné à ce terme mérite sans doute d'être précisé mais n'est pas loin, pour l'usage que j'en fais, de celui que j'ai désigné comme étant la « mémoire pratique ». Ce type de mémoire rencontre alors la *métis* de l'élève, que l'on souhaite devenu un temps mathématicien ; c'est-à-dire devenu, par sa ruse et son intelligence, créateur de mathématiques, bien qu'elles en soient peut-être restées à l'état brut, non abouties, demandant affinage et validation, mais en tout cas nouvelles pour lui et pour ses pairs.

Dans le chapitre relatif aux *Remarques sur les formes et les limites de la pensée technique chez les Grecs* de son ouvrage *Mythe et pensée chez les Grecs*, J-P. Vernant explique que pour les Grecs, et au contraire des sophistes, des ingénieurs, des mathématiciens, l'artisan n'a pas à user de la *métis* : il ne dispose que de la « routine du métier ». Cet « interdit » tient à l'*eidōs*,

⁹³ On retrouve l'idée de connaissances antérieures en tant qu'obstacles dans les travaux pionniers de didactique des sciences physiques et de sciences de la vie et de la Terre. L'étude préalable à un enseignement d'un type nouveau dans le domaine des sciences expérimentales s'accompagne souvent de l'étude des représentations sociales relatives à l'objet que l'on souhaite enseigner. C'est le cas du mémoire de M2 de Konstantinos Grivopoulos que j'ai dirigé en 2009, comparant les « représentations » des élèves et leurs évolutions, selon qu'ils suivaient ou non un enseignement expérimental des nanotechnologies en Terminale S.

« la Forme, donnée d'avance à la façon d'une réalité naturelle. L'artisan ne l'a pas inventée ; il ne peut la modifier ; il n'a pas même, en tant qu'artisan, qualité pour la connaître [...] » [...] « Il ne lui faut, dans son travail, ni esprit d'initiative, ni réflexion. Sa fonction et sa vertu, dira Aristote, c'est d'obéir » (pp. 320-321). L'Ecole moderne est prise entre des injonctions contradictoires. Elle voudrait à la fois que l'élève soit « actif » – et il faut sans doute entendre par là « imagitatif », « créatif » –, et aussi que l'on puisse évaluer chez lui ce que les programmes de mathématiques du second degré appellent « les capacités attendues » ; c'est-à-dire les savoir-faire que les Grecs réservaient à l'artisan « qui doit obéir », puisque toujours d'après Vernant, « la science de la forme de l'objet fabriqué appartient, non au producteur, mais à l'usager ». C'est-à-dire à la Société dans le cas de la « formation » des élèves.

Pour un type d'enseignement qui s'appuie sur la recherche et la résolution de problèmes en tant que générateurs de savoir nouveau, l'image de l'artisan telle que la voyaient les Grecs ne peut prévaloir. Dans nos sociétés, certains élèves s'en émancipent d'eux-mêmes et s'emparent d'outils qui permettent de dépasser « la Forme » ; les ingénieries didactiques créées ou à créer doivent permettre au plus grand nombre de s'engager dans ce type de démarches. Mon travail de thèse avait permis d'identifier les extensions d'usage, plus ou moins indues quelquefois au regard des mathématiques construites ultérieurement mais que s'autorisaient, parfois à leur insu, certains mathématiciens afin de créer des mathématiques nouvelles. De telles ingénieries devraient permettre d'étudier les possibilités d'un jeu créatif par les élèves à partir d'extensions d'unités de pratiques antérieures, des extensions praxémiques, recourant à la mémoire pratique comme outil pour la *métis*. Nous avons mené ce travail en plusieurs points des propositions d'enseignement élaborées au sein de l'équipe (CD)AMPERES de Marseille. Il reste à poursuivre.

2. Promouvoir un enseignement scientifique qui contribue à l'éducation par la prise en compte des connaissances antérieures dans la dévolution aux élèves de la recherche

Ainsi, par exemple, la simplification nécessitée en 5^e par le calcul mental d'une expression telle que $35748 + 27489 - 27492$, et sa justification, requièrent-elles la mémoire d'une technique « d'emprunt » utilisée dans l'apprentissage de la soustraction au cours élémentaire : $35748 + 27489 - 27492 = 35745 + (3 + 27489) - 27492 = 35745 + 27492 - 27492 = 35745$,

qui revient à la soustraction de 3, notée -3, à 35748⁹⁴. Ceci donne au collectif des élèves qui étudient un certain sens pour les nombres négatifs : la proximité d'écriture de -3 avec celle des nombres « tels qu'on les connaît jusqu'à présent », engage à s'interroger pour savoir si on peut effectivement considérer -3 comme un nombre. De même, la recherche du calcul $7 + (-2)$, alors qu'on est en train d'élaborer collectivement la technique de calcul de la somme de deux relatifs, engage-t-elle les élèves à recourir à la fois à la mémoire pratique et à la *métis* pour inventer des transformations d'écritures :

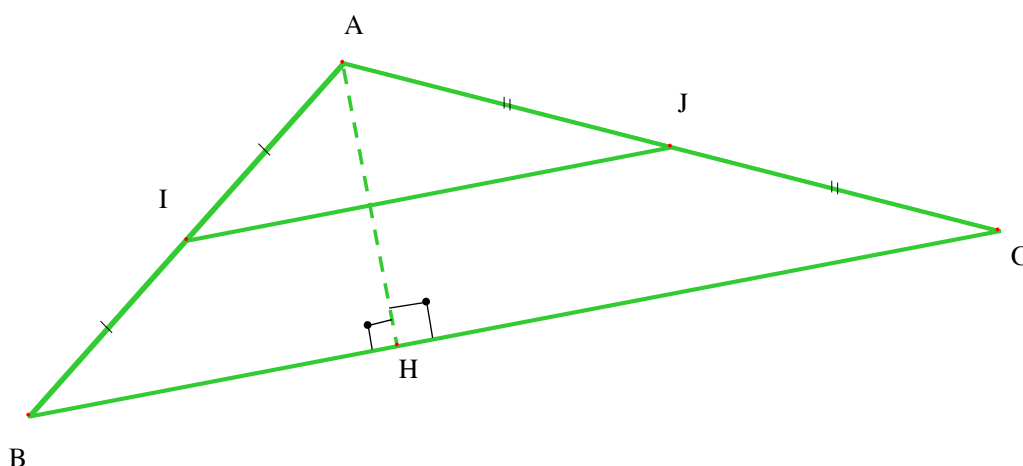
- soit $7 + (-2) = 5 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$, qui pose la question de la somme d'un nombre et de son opposé et contient an acte l'extension des propriétés d'associativité et d'élément neutre de l'addition des entiers à celle des relatifs que l'on construit
- soit $7 + (-2) = 7 + 0 + (-2) = 7 - 2 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$, qui pose la même question et contient les mêmes extensions de propriétés

Un autre exemple, engageant à la fois la mémoire et la *métis*, est tiré d'une ingénierie de PER sur le théorème de Thalès dont on trouve le fichier sur la partie du site EducMath dédiée à (CD)AMPERES⁹⁵. Il s'agit, après avoir admis le théorème de Thalès dans le triangle, de s'engager dans sa démonstration pour certains cas particuliers de la valeur du rapport, puis l'ayant démontré dans le cas du rapport $\frac{1}{2}$, de se poser la question de sa réciproque, encore appelée théorème de « la droite des milieux ». Les démonstrations relèvent, à ce niveau – la classe de 4^e –, d'une rupture d'un des termes du contrat didactique qui stipule que tous les éléments nécessaires à la résolution d'un problème sont fournis par l'énoncé et qu'il suffit ensuite de les utiliser convenablement, à partir de ses propres connaissances, pour parvenir à la réponse attendue. Dans ce cas en effet, il est soit nécessaire de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration basée sur un raisonnement déductif par implications successives, soit de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration par l'absurde. La conjugaison de ces deux initiatives étant, dans ce dernier cas, jugée plus difficile, cette voie n'est pas retenue, sauf à montrer la démonstration aux élèves, ce que l'on ne souhaite pas. Les élèves étant certains du parallélisme de la droite qui passe par les milieux des deux côtés d'un triangle, on choisit donc de diriger l'étude de la démonstration à partir de la mobilisation du potentiel des souvenirs collectifs concernant les théorèmes concluant au parallélisme de deux droites. Le recensement de ces théorèmes est confié aux

⁹⁴ Nous avons développé une idée exposée dans le séminaire d'Y. Chevallard pour les PLC2 de mathématiques de l'IUFM d'Aix-Marseille en 2004-2005, pages 457 et suivantes.

⁹⁵ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/quatrieme>

élèves. Mais, celui-ci étant fait, aucun d'eux ne permet de conclure immédiatement, car les hypothèses qui doivent être vérifiées pour leur utilisation ne sont pas contenues dans la figure. On décide alors de revenir aux hypothèses nécessaires à réunir pour l'utilisation de chacun des théorèmes recensés. L'attention se concentre sur le théorème énonçant que si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles. Le problème majeur, auquel sont confrontés les élèves, tient au fait qu'aucune droite perpendiculaire à l'une des droites dont on veut démontrer le parallélisme n'est donnée dans la figure que l'on observe. Pour le lever, il n'y a alors plus qu'un seul pas à franchir : trouver une perpendiculaire à l'une de ces droites, puis montrer qu'elle est perpendiculaire à l'autre. Une fois de plus, le souvenir des perpendiculaires dans un triangle se conjugue à la *métis* pour surmonter la difficulté. La recherche de perpendiculaires dans un triangle joue comme un indice qui mobilise le souvenir des hauteurs. La « malice », la *métis*, engagent à tracer la hauteur relative au côté dont on souhaite démontrer le parallélisme avec la droite des milieux.



Le tracé étant réalisé, il ne reste plus qu'à démontrer que la droite des milieux est perpendiculaire à la hauteur et donc parallèle à la base ; les ostensifs visuels contenus dans la figure (codage des angles droits et des milieux, jeu entre sous-figures constituées des triangles rectangles AHB et AHC et sur-figure ABC), conjugués aux souvenirs de théorèmes sur l'orthogonalité, entraînent vers la mobilisation du souvenir de la médiatrice. On réalise en acte, à travers ces exemples d'ingénieries didactiques, ce que Sarrazy (2007) établit, à propos de l'idée de « décision », dans le combat qu'il mène contre « le mentalisme » : « L'élève décide certes, mais ne décide pas de *ce* qui le fait opter pour ceci et non pour cela ici et maintenant. »

On entrevoit, à travers ces deux exemples, une voie à explorer pour enseigner ce que d'aucuns croient identifier comme une vertu individuelle qu'ils nomment « l'intuition » ou

« l'anticipation », mères des « inventions » sorties de l'imagination féconde d'un génie... qui ne peut être vu que comme forcément singulier. A travers ce type d'ingénieries didactiques, il s'agit de faire vivre, dans l'éducation mathématique, ce que Dewey (1963, 1995) disait de l'expérience, en opposition à la « préparation à la vie » que certains assignent à l'éducation. L'objectif poursuivi consiste à faire en sorte que l'éducation mathématique soit, à défaut d'être « la vie », une partie de ce qui la constitue dans sa dimension scientifique, et partant, dans ses dimensions sociale et démocratique, afin que dans ce domaine au moins, l'élève se rende à des raisons scientifiques et non à des arguments d'autorité : « [...] ce n'est qu'en extrayant à chaque moment présent la pleine signification de chaque expérience présente que nous nous préparons à faire la même chose à l'avenir », écrivait à ce propos Dewey. Mais l'organisation de l'expérience du savoir à laquelle l'élève est confronté à l'école se pense *a priori*. Dans ce domaine tout ne se vaut pas, et c'est là un des premiers apports des recherches en didactique qui montrent qu'aussi bien l'organisation du savoir transposé que l'organisation didactique permettant la rencontre des élèves et du savoir, pour laquelle le professeur assure le rôle de médiateur, pèsent sur la nature et la qualité de cette rencontre.

Un autre apport des travaux des didacticiens tient à la mise en évidence de l'impasse vers laquelle conduisent les recherches de « raccourcis » ; par exemple ceux que favoriseraient l'enseignement de stratégies méta-cognitives qui permettraient de gagner en temps et en efficacité. Dans ce domaine, Sarrazy (1997) note que ce qui se joue dans une relation didactique et qui relève de cette dimension « méta », notamment ce qui relève de concepts tels que « comprendre », « inventer », « continuer tout seul » ne peut être dit, mais que la seule possibilité de lui donner vie se trouve dans la prise en charge « en amont de la dévolution de la situation adidactique, [des] conditions d'émergence des significations. » La construction, en amont de l'enseignement, d'une dialectique de la mémoire et de la *métis* dans laquelle on engagera ensuite les élèves, sous contrat et en situation, est une des réponses à la possibilité « d'émergence des significations ». La question désormais posée à la société relève de la traduction en acte, à travers la construction d'un enseignement qui la favorise, de l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir afin qu'ils la vivent ; ce sera là un troisième apport des recherches en didactique, en ce qui concerne leur application par le moyen d'ingénieries de développement. Un tel type d'enseignement pose évidemment la question de sa viabilité au sein du système, notamment à travers la question de la formation professionnelle des enseignants. Son extension à l'enseignement d'autres savoirs suppose la collaboration de spécialistes de ces disciplines. Dans ce domaine, la recherche en didactique

peut éclairer l'univers des possibles, et c'est le but assigné à de telles ingénieries ; mais c'est, en dernière instance, au politique de décider de le faire ou non advenir.

3. Vers une action conjointe professeur – élèves portant sur la construction du savoir

Par ailleurs, les premières observations des films des séances portant sur l'enseignement des nombres relatifs en 5^e, au cours de l'année 2009 – 2010, montrent le rôle crucial de l'intervention de l'enseignant sur le savoir, en coopération avec les élèves ; ce qu'un courant de la didactique appelle « l'action conjointe » (2007). Il est alors nécessaire d'assumer, pour des ingénieries de recherche et de développement qui visent l'implantation dans le système éducatif « standard », une évidente rupture avec le modèle des situations adidactiques tel que défini en Théorie des Situations Didactiques. Sans doute est-ce le prix historique à payer pour faire sortir d'une seule école expérimentale un enseignement élargissant la place dévolue aux élèves relativement à la construction du savoir, et les engageant dans l'élaboration du savoir par la recherche collective de réponses à une question. Cette orientation nouvelle, dont les traits restent encore à affiner, me semble pouvoir être retenue du bilan d'échec de l'implantation, au sein du système, d'ingénieries didactiques conçues à partir de la TSD ; bilan tiré lors de la XV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, en août 2009, consacrée au thème unique des ingénieries didactiques. En cela, le cours donné par M-J. Perrin-Glorian propose quelques pistes pour des « ingénieries de deuxième génération ». Dans ce cadre, un premier temps permettrait de tester, dans des conditions expérimentales, la validité des productions de PER finalisés par l'enseignement du programme. C'est ce que nous faisons à travers la passation filmée de PER, dans les classes « standard » du système éducatif secondaire, par des professeurs des équipes (CD)AMPERES qui ont participé à leur conception. Dans un second temps, une étude *a posteriori* aurait pour finalité l'étude de l'adaptabilité de l'ingénierie, non pas exclusivement au système dont certaines des contraintes « matérielles » sont connues, mais à la prise en mains par d'autres professeurs ; autrement dit l'étude de la possibilité de diffusion de tels PER dans la profession des professeurs qui n'est, pour l'instant, pas formée pour la gestion de ce type d'enseignement, et qui contribuerait de la sorte à la construction d'un authentique savoir professionnel. Un tel travail, qui associe à la fois recherche et développement, permet d'étudier le système éducatif et de mettre à jour le degré d'adidacticité des propositions d'enseignement qu'il est capable d'accepter, tout en laissant un « jeu » suffisant pour que les professeurs « mettent à leurs mains » les propositions diffusées ; cette mise en mains n'étant pas exclusive des régulations, en acte, que le professeur

doit opérer pour tenir compte de la part d'indétermination propre à tout processus de relation humaine. Dialectique difficile à mener, mais qui apparaît désormais comme l'une des voies à explorer pour une diffusion en acte de certains des résultats de la recherche en didactique des mathématiques, dans un but démocratique et de meilleure efficacité du système.

Un exemple permet d'illustrer le tournant pris par nos ingénieries, et leur démarcation d'avec celles initialement issues de la TSD ; il s'agit de tenir compte de l'intervention du professeur sur le savoir que le collectif des élèves est en train d'élaborer sous sa direction. Dans le cas du PER sur l'enseignement des nombres relatifs en 5^e, alors que certains des élèves sont persuadés qu'ajouter 61 puis retrancher 62 à un nombre, « ça fait -1 », ce qui était prévu par l'analyse *a priori*, le professeur s'autorise à intervenir. Il sollicite et guide la reformulation d'une proposition compréhensible par tous dans la classe alors qu'elle a été maladroitement énoncée par des élèves – ce qui relève d'un indéterminé que ne peut prendre en compte l'analyse *a priori* –, incite ces élèves, et le reste de la classe qui vient d'en être informé par la reprise guidée par la professeur, à justifier cette affirmation par des arguments mathématiques, choisit à qui la parole est donnée afin de faire avancer ou au contraire arrêter le temps didactique, décide ou non de porter à la connaissance de tous une proposition qu'il sait juste ou erronée, autrement dit favorise ou freine la diffusion de connaissances nouvelles dans la classe et donc intervient sur la création d'une mémoire didactique, etc.

Ce travail conjoint du professeur et des élèves est celui que savent mettre en place certains professeurs dans l'ordinaire de l'enseignement sous forme de cours dialogué. Ils cherchent alors à solliciter l'action des élèves dans la recherche de réponses aux questions qui sont parfois les moteurs de l'avancée du temps didactique ; pour cela, et notamment pour créer un milieu pour l'étude, ils recourent à l'usage des images et des métaphores, en tant que « marchepied » proposés aux élèves, parce la difficulté est jugée trop grande pour qu'ils trouvent d'eux-mêmes (Matheron, 2003) **[Document 15]**. De nouvelles questions apparaissent de l'observation de la passation de nos ingénieries. Ce que la théorie de l'action conjointe en didactique appelle « des jeux », et qui relève des actions du professeur dans ce nouveau type d'enseignement réservant une place importante aux élèves dans la dynamique de recherche initiée par des PER, peut-il se prêter à une catégorisation plus fine au-delà de catégories générales que la théorie en cours d'élaboration a proposées (Sensevy, 2007)⁹⁶ ? Ces

⁹⁶ « Faire jouer le jeu », « construire le jeu » et « les déterminations du jeu », p 44.

catégories sont-elles spécifiques d'un savoir ? Quelle est la part de ces catégories qui relève de l'analyse et de la conception *a priori* de l'enseignement, et quelle est celle qui relève des décisions en acte prises par le professeur, dans « le feu » de l'interaction en classe ? En quoi un enseignement sous forme de PER se distingue-t-il, du point de vue de ces catégories, de l'enseignement ordinaire ?

4. Etudier les conditions nécessaires à la formation des professeurs pour un enseignement permettant aux élèves de continuer à s'éduquer après avoir quitté l'Ecole

Commentant les idées de J. Dewey en matière d'éducation, Deledalle (1995) note : « Pour Dewey, l'éducation doit permettre à l'enfant de continuer à s'éduquer après avoir quitté l'école. [...] En résumé, l'éducation est expérience continue et reconstruction continue de l'expérience de l'enfant et de l'adulte, de l'école et de la société. » La première de ces deux phrases rejoint la préoccupation assignée à tout enseignement depuis la didactique (Brousseau, 1998) : la nécessité de son extinction afin que l'élève parvienne à résoudre seul, hors processus didactique, les problèmes du même type que ceux auxquels on l'a enseigné. La seconde phrase retrouve de manière plus explicite la problématique de la mémoire. La « reconstruction continue de l'expérience », si elle peut être comprise comme une reconstruction des expériences que la société a antérieurement accomplies – dans le sens d'une transmission de connaissances et de savoirs aux nouvelles générations, à la manière de la transmission d'un héritage –, peut aussi être entendue comme la reconstruction continue des expériences personnelles ; en ce sens elle forge l'identité individuelle et contribue évidemment à l'éducation⁹⁷. Mais cette problématique ne peut être abordée sans la prise en compte des notions de temps et de mémoires, qu'elles soient celles des situations rencontrées, des pratiques accomplies, des rapports établis aux praxéologies, et qui constituent ce que l'on nomme ordinairement et précisément... l'expérience.

⁹⁷ La définition que je retiens pour « éducation » rejoint celle du dictionnaire en ligne CNTR, à laquelle on peut adjoindre celle du dictionnaire de l'Académie Il s'agit de l'« art de former une personne, spécialement un enfant ou un adolescent, en développant ses qualités physiques, intellectuelles et morales, de façon à lui permettre d'affronter sa vie personnelle et sociale avec une personnalité suffisamment épanouie [...] », qui peut être complétée par une deuxième définition fournie par ce même dictionnaire : « action de former et d'enrichir l'esprit d'une personne. » ; même si les termes « d'art », « d'épanouissement », « d'esprit » mériteraient d'être davantage interrogés. Le terme est aussi défini à partir de l'action de s'élever dans la 9^e édition du dictionnaire de l'Académie : « Action d'élever, de former, d'instruire une personne (enfant, adolescent, adulte), en cultivant ses qualités physiques, intellectuelles et morales. »

Un enseignement qui viserait à engager les élèves dans le rôle de « producteurs » de connaissances se démarque, de par sa nature, des formes courantes de l'enseignement par ostension directe ou déguisée : on a en effet vu que, dans ce cas, les réponses sont données sans forcément que les questions qui les génèrent aient été rencontrées et instruites par les élèves. Un enseignement engageant les élèves vers la construction collective du savoir, à travers la reconstruction continue des expériences comme points d'appui pour un dépassement, n'exclut pas le recours ciblé à l'ostension assumée. Le professeur peut intervenir comme média fournissant une réponse à certaines des questions rencontrées par les élèves dans la recherche qui leur est dévolue : il joue alors le rôle de ressource que l'on va solliciter, comme on le ferait en recherchant dans une bibliothèque ou sur l'Internet. Comment former les professeurs à ce type d'enseignement est donc la question que devrait se poser la société si elle décide sérieusement de la promotion de ce type d'enseignement, comme cela semble être le cas depuis une dizaine d'années à travers les dispositifs du type TPE ou « démarche d'investigation ». Cette « démarche » est désormais préconisée dans une partie des actuels programmes de Collège, commune aux enseignements scientifiques (sciences physiques et sciences de la vie et de la Terre), mathématiques et de technologie. Le problème général, que ce soit en formation continue ou initiale, même s'il est de moindre importance dans ce dernier cas, devient celui de la déconstruction des *habitus* professionnels enseignants pour en construire de nouveaux. Les jalons pour des *habitus* nouveaux relatifs à ce type d'enseignement sont d'ores et déjà posés à travers la conception et la mise en œuvre des ingénieries de (CD)AMPERES. Il s'agit d'interroger ses connaissances, les dénaturer, se poser des questions en interrogeant le savoir que l'on a à enseigner, rechercher des éléments de réponse dans l'histoire, l'épistémologie et les transpositions didactiques, accepter d'apprendre des autres au sein d'équipes, varier ses ressources, disposer d'outils didactiques pour l'analyse et le respect des rôles nouveaux assignés au professeur et à l'élève, etc. C'est, en suivant cette direction, une nouvelle mémoire collective relative à de nouveaux *habitus* professionnels qu'il serait nécessaire de construire. La tâche paraît difficile ; pourtant, la profession enseignante se souvient-elle des formes génériques antérieures de l'enseignement ? Les pratiques contemporaines de l'enseignement les ont recouvertes du voile de l'oubli parce que les rapports aux pratiques anciennes ont disparu ou n'existent plus que de manière ténue.

BIBLIOGRAPHIE

ALTHUSSER L. (1976) *Positions*. Paris : Éditions sociales.

ARAYA A. (2008) *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques. Etude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica*. Thèse de l'Université Paul Sabatier-Toulouse III.

ARAYA A. & MATHERON Y. (2007) La problemàtica de la memoria : Proposiciones y ejemplos para su estudio antropológico en didáctica de las matemáticas. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 261 - 278). Universidad de Jaén.

BACHELARD G. (1934) *Le nouvel esprit scientifique*. Paris : PUF, 17^e édition 1987.

BACHELARD G. (1938) *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Librairie philosophique J. Vrin, 14^e édition 1989.

BADDELEY A. (1992) *La mémoire humaine, théorie et pratique*. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

BERGSON H. (1896) *Matière et mémoire*. Paris : PUF, 5^e édition 1997.

BERTHELOT R. & SALIN M.-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de l'Université de Bordeaux I.

BOSCH M. (1994) *La dimensió ostensiva en la activitat matemàtica. El cas de la proporcionalitat*. Thèse de doctorat, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelone.

BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77 - 124.

BOURDIEU P. (1980) *Le sens pratique*. Paris : Éditions de minuit.

BOURDIEU P. (1987) *Choses dites*. Paris : Éditions de minuit.

BOURDIEU P. (1992) *Réponses, Pour une anthropologie réflexive*. Paris : Éditions du Seuil.

BOURDIEU P. (1994) *Raisons pratiques. Sur la théorie de l'action*. Paris : Éditions du Seuil

Bouveresse J. (1995) : *Règles, dispositions et habitus*, in *Critiques* n°579/580, Éditions de Minuit, Paris, pp. 573-594

BROUSSEAU G. (1986) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse de doctorat d'État, Université de Bordeaux I, Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In Noirfalise R. et Perrin-Glorian M-J. (Eds.) *Actes de la VIII^e École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 3-46). IREM de Clermont-Ferrand.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

BROUSSEAU N. & BROUSSEAU G. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU G. & CENTENO J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques* 11(2 & 3) 167 - 210.

CANDAU J. (1996) *Anthropologie de la mémoire*. Paris : PUF, coll. Que sais-je ?

CANDAU J. (1998) *Mémoire et identité*. Paris : PUF.

CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage, 2^e édition 1991.

CHEVALLARD Y. (1988a) *Sur l'analyse didactique, deux études sur les notions de contrat et de situation*. Marseille : IREM.

CHEVALLARD Y. (1988b) Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique* (pp. 97-106). Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1989) Le concept de rapport au savoir – Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1988-1989* 211-235.

CHEVALLARD Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1) 73 – 112.

CHEVALLARD Y. (1996) La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In Noirfalise R. et Perrin-Glorian M-J. (Eds.) *Actes de la VIII^e École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 83-122). IREM de Clermont-Ferrand.

CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(2) 221-266.

CHEVALLARD Y. (2004) Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire mai 2004. Texte préparé en vue d'une communication aux *Journées de didactique comparée 2004 (Lyon, 3-4 mai 2004)*. Version retouchée du 19 mai 2004. Disponible à l'adresse : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45

CHEVALLARD Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705-746). Universidad de Jaén.

CHEVALLARD Y. (2008) Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In Gueudet G. & Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2007* (pp. 345 – 366). Paris : IREM Paris VII.

CHEVALLARD Y. & FELDMAN S. (1986) *Pour une analyse didactique de l'évaluation*. Marseille : IREM.

CHEVALLARD Y. & MATHERON Y. (2002) Travaux Personnels Encadrés : un cadre d'analyse didactique pour un changement majeur dans l'enseignement au Lycée. In *Actes des Journées de la commission didactique inter-IREM des 24 et 25 mai 2002*. IREM de Dijon.

CHEVALLARD Y. & MERCIER A. (1987) *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille : IREM.

CHOPIN M-P. (2010) Le temps didactique et ses niveaux d'étude : enjeux d'une clarification conceptuelle pour l'analyse des pratiques d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 30(1), 83 – 112.

CLEMENT J. (2008) La mémoire corporelle et l'action. In Meulemans D. (Ed.) *La mémoire, outil et objet de connaissance* (pp. 49 – 68). Paris : Aux forges de Vulcain.

CROZIER M. & FRIEDBERG E. (1977) *L'acteur et le système, les contraintes de l'action collective*. Paris : Éditions du Seuil.

DELEDALLE G. (1995) *John Dewey*. Paris : PUF.

DESCARTES R. (1637; 1947) *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences*. Genève : Éditions Pierre Cailler.

DESCARTES R. (1701 ; 1996) *Règles pour la direction de l'esprit*. Traduction et notes par J. Sirven. Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

DIDEROT D. (1830 ; 1994) *Paradoxe sur le comédien*. Paris : Gallimard.

DOUGLAS M. (1986 - 1999) *Comment pensent les institutions*. Paris : Editions La découverte et Syros.

DURKHEIM E. (1938) *L'évolution pédagogique en France* (1990). Paris : Presses Universitaires de France.

DURKHEIM E. (2007) Article *Pédagogie*. In F. Buisson, *Nouveau dictionnaire de pédagogie*. Lyon : INRP.

ESTABLET R. *et al.* (2005) *Radiographie du peuple lycéen*. Paris : ESF éditeur

FABRE M. (2009) *Philosophie et pédagogie du problème*. Paris : Librairie philosophique J. Vrin

FLICHY P. (2003) *L'innovation technique. Récents développement en sciences sociales. Vers une nouvelle théorie de l'innovation*. Paris : Editions La découverte.

GAONAC'H D. & LARIGAUDERIE P. (2000) *Mémoire et fonctionnement cognitif. La mémoire de travail*. Paris : Armand Colin.

GARCIA-DEBANC C. & SANZ-LECINA E. (2008) De l'analyse des modèles disciplinaires en acte à la détermination des schèmes professionnels. L'exemple de l'enseignement de la grammaire au cycle 3 par des Professeurs des Ecoles débutants. In M-F Carnus, C. Garcia-Debanc, A. Terrisse (Eds.) *Analyse des pratiques des enseignants débutants. Approches didactiques* (pp. 151 – 170). Grenoble : La pensée Sauvage Editions.

GRIVOPOULOS K. (2008) *Les représentations sociales en contexte scolaire : le cas diu scientifique et de la science*. Mémoire de M1 de Sciences de l'Education. Université de Provence.

GRIVOPOULOS K. (2009) *Etude des représentations sociales des nanosciences et des nanotechnologies chez les lycéens, dans le cadre de la transposition didactique*. Mémoire de M2 de Sciences de l'Education. Université de Provence.

HALBWACHS M. (1925 ; 1994) *Les cadres sociaux de la mémoire*. Postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.

HALBWACHS M. (1950 ; 1997) *La mémoire collective*. Préface et postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.

HUSSERL E. (1947 – 2001) *Méditations cartésiennes. Introduction à la phénoménologie*. Traduit par G. Peiffer & E. Lévinas. Paris : Librairie Philosophique J. Vrin.

JOHSUA S. (1998) Des « savoirs » et de leur étude : vers un cadre de réflexion pour l'approche didactique. *L'année de la recherche en sciences de l'éducation* 79 - 97.

JOHSUA S. & DUPIN J-J. (1993) *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris : Presses Universitaires de France

KARSENTI B. (1997) *L'homme total. Sociologie, anthropologie et philosophie chez Marcel Mauss*. Paris : PUF.

LACAN J. (1967) La méprise du sujet supposé savoir. *Scilicet* n°1 31 – 41.

LAHIRE B. (1998) *L'homme pluriel, les ressorts de l'action*. Paris : Nathan.

LAHIRE B. (2004) *La culture des individus, dissonances culturelles et distinction de soi*. Paris : Editions La découverte.

LEROI-GOURHAN A. (1964) *Le geste et la parole II, La mémoire et les rythmes*. Paris : Albin Michel.

LIEURY A. (1986) *La mémoire. Résultats et théories*. Bruxelles : Pierre Mardaga Éditeur.

LIEURY A. (1996) *Méthodes pour la mémoire. Historique et évaluation*. Paris : Dunod.

LIGOZAT F & LEUTENEGGER F. (2008) Construction de la référence et milieux différentiels dans l'action conjointe du professeur et des élèves. Le cas d'un problème d'agrandissement de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 28(3), 319 – 375.

MARGOLINAS C. (2002) COURS 3 – Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In J-L Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.) Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques (pp. 141 – 155). Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

MARGOLINAS C. (2004) *Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Université de Provence

MATHERON Y. (1993) Les répercussions des changements de programme entre 1964 et 1989 sur l'enseignement du théorème de Thalès. *Petit x* n° 34 59 - 82.

MATHERON Y. (1999 - 2000) Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x* n° 54 51 – 78.

MATHERON Y. (2000) *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples*. Thèse de l'Université de Provence.

MATHERON Y. (2002) Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 207 – 245.

MATHERON Y. (2003) Some examples of relationship between the use of images and metaphors and the production of memory in the teaching and learning of mathematic. *Actes "III^ed Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 3)"*, Bellaria, Italie, février-mars 2003, CD-ROM

MATHERON Y. (2005) Un abord de la question du générique et du spécifique d'un point de vue anthropologique en didactique. Communication au colloque international *Didactiques : Quelles références épistémologiques ?* 25 – 27 mai 2005. Université Victor Segalen Bordeaux 2 : CD-ROM.

MATHERON Y. (2008a) Conditions et contraintes sur l'établissement du rapport des enseignants débutants en mathématiques à certaines dimensions professionnelles. In M-F Carnus, C. Garcia-Debanc, A. Terrisse (Eds.) *Analyse des pratiques des enseignants débutants. Approches didactiques* (pp. 73 - 91). Grenoble : La pensée Sauvage Editions.

MATHERON Y. (2008b) Quelques questions didactiques soulevées à partir d'injonctions institutionnelles portant sur l'enseignement interdisciplinaire. *Actes du Colloque du Groupe des Didacticiens des Mathématiques à Sherbrooke, Québec, Canada, le 23 mai 2008*.

MATHERON Y. (2008c). Le projet AMPERES. In *Cahiers Pédagogiques* n° 466 55 - 57

MATHERON Y. (2009) Praxéologies professionnelles enseignantes en mathématiques : le problème de l'enseignement parcellaire en sujets et en thèmes. In J. Clanet (Ed.) *Recherche/formation des enseignants. Quelles articulations ?* (pp. 111-125). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MATHERON Y. (2010) *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MATHERON Y. & MERCIER A. (2004) Les usages didactiques des outils sémiotiques du travail mathématique : étude de quelques effets mémoriels. In rédactrice invitée G. Lemoyne. *Revue des sciences de l'éducation*, n° thématique vol. XXX, n°2, 2004, *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (pp. 355-377). Québec & Ottawa.

MATHERON Y. & NOIRFALISE R. (2002) L'Aide Individualisée : entre système didactique auxiliaire inutile et déficit d'analyse didactique entravant son efficacité et son développement. *Petit x* n° 60 60 – 82.

MATHERON Y. & NOIRFALISE R. (2007) Enseigner au professeur de mathématiques un savoir professionnel outillé d'éléments venus de la théorie didactique. In *Colloque CDIUFM « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants ? Enjeux et pratiques »* 2, 3 & 4 mai 2007, Arras, IUFM Nord – Pas de Calais. CD-ROM.

MATHERON Y. & PANISSAL N. (2009) Quelques formes didactiques génériques et leur spécification dans l'enseignement des mathématiques et d'éléments de psychologie cognitive. Communication au I^{er} Colloque International de l'ARCD « Où va la didactique comparée ? Didactique disciplinaire et approches comparatistes des pratiques d'enseignement et d'apprentissage ». Université de Genève, 15 et 16 janvier 2009, CD-ROM.

MATHERON Y. & SALIN M-H. (2002) Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante. *Revue Française de Pédagogie* n°141 57 – 66.

MAURY S. & CAILLOT M. (2003) *Rapport au savoir et didactique*. Paris : Editions Fabert.

MAUSS M. (1950) *Sociologie et anthropologie*. Paris : PUF édition de 1997.

MERCIER A. (1992) *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse de doctorat : Université de Bordeaux I.

MERCIER A. (1998a) La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques* 18(3) 279-310.

MERCIER A (1998b) *Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Sur l'espace-temps didactique. Etudes du didactique, en Sciences de l'Education*. Université de Provence.

MERCIER A. (2002) Note de synthèse. La transposition didactique des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* n°141 135 – 171.

- MERCIER A. (2006) Intervention aux IV^e journées de didactique comparée. Lyon juin 2006. (non publié)
- MERCIER A. (2008) Pour une lecture anthropologique du programme didactique. *Education & Didactique* 2(3) 7 - 40
- MUXEL A. (1996) *Individu et mémoire familiale*. Paris : Nathan.
- NAMER G. (1987) *Mémoire et société*. Paris : Méridiens Klincksieck.
- NAMER G. (1994) Postface à la réédition des *Cadres sociaux de la mémoire* de M. Halbwachs (pp. 299-367). Paris : Albin Michel.
- NAMER G. (1997) Postface à la réédition de *La mémoire collective* de M. Halbwachs (pp. 239-295). Paris : Albin Michel.
- NAMER G. (2000) *Halbwachs et la mémoire sociale*. Paris : L'Harmattan.
- NAMER G. (2004) Halbwachs et la mémoire sociale. In Y. Déloye & C. Haroche (Eds.) *Maurice Halbwachs. Espaces, mémoires et psychologie collective* (pp. 107 – 114). Paris : Publications de la Sorbonne.
- NOIRFALISE A. & MATHERON Y. (2009) *Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Les 4 opérations sur les nombres entiers*. Paris : Vuibert
- NOIRFALISE A. & MATHERON Y. (2009) *Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Géométrie, grandeurs et mesures*. Paris : Vuibert
- NOIRFALISE R. (1993) Contribution à l'étude didactique de la démonstration. Etude de régularités dans les modalités de fonctionnement du savoir mathématique dans les divers chapitres de géométrie d'un manuel de sixième. *Recherches en didactique des mathématiques* 13(3), 229 - 256.
- PANISSAL N., MATHERON Y., BROSSAIS E. (2008) Enseigner des savoirs nouveaux en Sciences et Technologies de la Gestion (STG). Comparaison d'une enseignante débutante et d'une enseignante expérimentée. In M-F Carnus, C. Garcia-Deban, A. Terrisse (Eds.) *Analyse des pratiques des enseignants débutants. Approches didactiques* (pp. 175 - 192). Grenoble : La pensée Sauvage Editions.
- PEREZ J-M. (2007) *Approche comparative de l'enseignement des synthèses à l'Université : mise à jour d'un «point aveugle»*. Thèse de l'Université de Provence.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1992) *Aire de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM2-6^e*. Thèse de doctorat d'État, Université Paris VII.
- RICEUR P. (2000) L'écriture de l'histoire et la représentation du passé. *Annales, Histoire, Sciences Sociales*, n° 4, 55^e année 731 – 747.
- RICEUR P. (2000) *La mémoire, l'histoire, l'oubli*. Paris : Seuil.

RICŒUR P. (2002) Mémoire : approches historiennes, approche philosophique. *Le débat* n° 122 41 – 61.

SARRAZY B. (1995) Note de synthèse. Le contrat didactique. *Revue Française de Pédagogie* n°112 85 – 118.

SARRAZY B. (1997) Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(2) 135 - 166.

SARRAZY B. (2007) Approche anthropo-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques : fondements épistémologiques et ancrages théoriques. In Gueudet G. & Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2006* (pp. 79 – 99). Paris : IREM Paris VII.

SCHUBAUER-LEONI M-L. (1986) Le contrat dans l'élaboration d'écritures symboliques par des enfants de 8 – 9 ans. *Interactions didactiques* n° 7. Genève : Université de Genève et Neuchâtel.

SENSEVY G. (1994) : *Institutions didactiques, régulation, autonomie. Une étude des fractions au cours moyen*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille I.

SENSEVY G. (1996) : Le temps didactique et la durée de l'élève. Étude d'un cas au cours moyen : le journal des fractions. *Recherches en didactique des mathématiques* 16(1) 7 - 46.

SENSEVY G. (2007) Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In Sensevy G. & Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 13 - 49). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

SENSEVY G., MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M-L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques* 20(3) 263 - 304.

SENSEVY G. & QUILIO S. (2002) Les discours du professeur. Vers une pragmatique didactique. *Revue Française de Pédagogie* n°141 47 - 56.

SERFATY M. (2005) *La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique*. Paris : Editions Pétra.

TAVIGNOT P. (1991) *L'analyse du processus de transposition didactique, l'exemple de la symétrie orthogonale au collège*. Thèse de doctorat, Université René Descartes - Paris V.

VERNANT J-P. (1965) *Mythe et pensée chez les Grecs. Etudes de psychologie historique*. Paris : La Découverte édition de 1996.

YATES F. (1966 – 1997) *L'art de la mémoire*. Traduit de l'anglais par D. Arasse. Paris : Editions Gallimard.

ZARROUATI M. & MATHERON Y. (2007) Pour une « anthropologie de la

compréhension » : Essai de reformulation anthropologique du caractère paradoxal du contrat didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 651 - 676). Universidad de Jaén.

LISTE DES TRAVAUX, ARTICLES, RÉALISATIONS

I. Travaux

1. *Une étude de l'évolution de la transposition didactique du théorème de Thalès entre 1964 et 1989*, mémoire de maîtrise de sciences de l'éducation, juin 1993.
2. *De la proportionnalité vers le théorème de Thalès, point d'appui et évolution du rapport au savoir*, mémoire de Diplôme d'Etudes Approfondies de Sciences de l'éducation, octobre 1994.
3. *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. Quelques exemples*, thèse de doctorat en sciences de l'éducation, 12 décembre 2000

II. Articles dans des revues à comité de lecture

1. Matheron Y. (1993) : *Les répercussions des changements de programme entre 1964 et 1989 sur l'enseignement du théorème de Thalès*, Petit x n° 34, IREM de Grenoble
2. Matheron Y. (1999-2000) : *Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques*, Petit x n° 54, IREM de Grenoble
3. Matheron Y. (2002) : *Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire*, Recherches en Didactique des Mathématiques, 21/3, La Pensée Sauvage, Grenoble
4. Matheron Y. & Salin M-H (2002) : *Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante*, Revue Française de Pédagogie n°141, décembre 2002
5. Matheron Y. & Noirfalise R. (2002) : *L'Aide Individualisée : entre système didactique auxiliaire inutile et déficit d'analyse didactique entravant son efficacité et son développement*, Petit x n° 60, Université Joseph Fourier et IREM de Grenoble
6. Jullien M., Matheron Y., Schneider O. (2003) : *Quelques éléments de réflexion sur le sujet de mathématiques du baccalauréat 2003-série S*, Petit x n° 62, Université Joseph Fourier et IREM de Grenoble

7. Matheron Y., Noirfalise R., Combelles C. (2006) : *Construire un savoir professionnel pour le professeur de mathématiques : quelques exemples d'outils apportés par la théorie anthropologique du didactique*, Petit x n° 70, Université Joseph Fourier et IREM de Grenoble
8. Matheron Y., Noirfalise, A. (2008). *Gérer la résolution des problèmes, non pas seulement pour chercher, mais aussi et avant tout... pour apprendre des mathématiques*. In Grand N n° 82, Université Joseph Fourier et IREM de Grenoble, pp. 91-114.

III. Articles ou chapitres dans des ouvrages

1. Cirade G. & Matheron Y. (1998) : Equation du premier degré et modélisation algébrique, In *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, Ed. coordonnée par R. Noirfalise, IREM de Clermont-Ferrand, pp. 199-249.
2. Cirade G. & Matheron Y. (2002) : Thème 1 : Les praxéologies didactiques, TD 3 : À propos de fonctions, *Actes de la XI^e école d'été de didactique des mathématiques, Corps (Isère) du 21 au 30 août 2001*, coordonnés par Jean-Luc Dorier, Michèle Artaud, Michèle Artigue, René Berthelot, Ruhai Floris, La Pensée Sauvage, Grenoble, CD-ROM
3. Artaud A., Denisot J., Matheron Y., Schneider O., Tonnelle J. (2003) : L'interaction réciproque des conditions d'enseignement des mathématiques et des mathématiques enseignées, chapitre in *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes*, Colomb J., Douaire J., Noirfalise R. eds, INRP, 2003, pp. 187-202
4. Matheron Y., Schneider M. (2005) : Forum des problèmes : l'interdisciplinarité à l'étude, in *Balises en didactique des mathématiques*, éd. Coordonnée par A. Mercier & C. Margolinas, La Pensée Sauvage Éditions, Grenoble, CD-ROM.
5. Matheron Y., Mercier A. (2005) : Les usages didactiques des outils sémiotiques du travail mathématique : étude de quelques effets mémoriels, in *Revue des sciences de l'éducation*, n° thématique vol. XXX, n°2, 2004, *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, rédactrice invitée Gisèle Lemoyne, Québec & Ottawa, pp. 355-377.
6. Araya A., Matheron Y., (2007) : La problemática de la memoria : Propositiones y ejemplos para su estudio antropológico en didáctica de las matemáticas. *Sociedad, escuela y matemáticas, Aportaciones de la Teoria Antropológico de lo Didáctico (TAD)*, Luisa Ruiz-Higueras, Antonio Estepa et F. Javier García Eds, Universidad de Jaén, pp. 261-278.

7. Zarrouati M., Matheron Y., (2007) : Pour une « anthropologie de la compréhension » : Essai de reformulation anthropologique du caractère paradoxal du contrat didactique. *Societat, escuela y matemáticas, Aportaciones de la Teoria Antropológico de lo Didáctico (TAD)*, Luisa Ruiz-Higueras, Antonio Estepa et F. Javier García Eds, Universidad de Jaén, pp. 651-676.
8. Matheron Y. (2008) : Conditions et contraintes sur l'établissement du rapport des enseignants débutants en mathématiques à certaines dimensions professionnelles. In *Analyse des pratiques des enseignants débutants*, Ed. coordonnée par Marie-France Carnus, Claudine Garcia-Debanc et André Terrisse, La pensée sauvage Editions, pp. 73-91
9. Panissal N., Matheron Y., Brossais E., (2008) : Enseigner des savoirs nouveaux en Sciences et Technologies de la Gestion (STG). Comparaison d'une enseignante débutante et d'une enseignante expérimentée. In *Analyse des pratiques des enseignants débutants*, Ed. coordonnée par Marie-France Carnus, Claudine Garcia-Debanc et André Terrisse, La pensée sauvage Editions, pp. 175-192.
10. Matheron Y. (2009) : Praxéologies professionnelles enseignantes en mathématiques : le problème de l'enseignement parcellaire en sujets et en thèmes. In *Recherche/formation des enseignants. Quelles articulations ?*, Sous la direction de Joël Clanet, Presses Universitaires de Rennes, pp. 111-125.
11. Matheron Y. & Noirfalise R. (2010) : Une recherche de la Commission inter-IREM (CII) didactique soutenue par l'INRP : « Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'AER et de PER », à paraître début 2010 dans l'ouvrage consacré au *II^e Congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique*, Uzès, 31 octobre - 3 novembre 2007, « Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action »
12. Panissal N. & Matheron Y. (2010) : Éléments d'une étude de la transposition didactique de savoirs issus de la psychologie cognitive dans le programme d'information – communication de 1^{re} STG, à paraître début 2010 dans l'ouvrage consacré au *II^e Congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique*, Uzès, 31 octobre - 3 novembre 2007, « Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action »

IV. Ouvrages

1. Trgalova J., Aldon G., Gueudet G., Matheron Y. (2007) : *Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage : Actes des journées mathématiques INRP Lyon, 13 et 14 juin 2007*, préface de M. Artigue, Editions de l'INRP, Lyon
2. Noirfalise A. & Matheron Y. (2009) : *Enseigner les mathématiques à l'école primaire : les quatre opérations sur les nombres entiers, formation initiale et continue des professeurs des écoles*, Vuibert, Paris
3. Noirfalise A. & Matheron Y. (2009) : *Enseigner les mathématiques à l'école primaire : géométrie, grandeurs et mesures, formation initiale et continue des professeurs des écoles*, Vuibert, Paris
4. Matheron Y. (2010) : *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique*, Presses Universitaires de Rennes

V. Edition d'ouvrages

1. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, Année 2006*, Gueudet G. & Matheron Y. Editeurs, ARDM et IREM Paris VII, mars 2007.
2. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, Année 2007*, Matheron Y. & Gueudet G. Editeurs, ARDM et IREM Paris VII, mars 2008.

VI. Communications internationales avec actes et comité de lecture

1. Matheron Y. (2002) : *Quelques exemples de production et d'utilisation d'une mémoire officielle de la classe lors de l'action enseignante en mathématiques*, Symposium G. Sensevy in Les Actes du Colloque AECSE Lille, 5 - 8 septembre 2001, CD-ROM
2. Matheron Y. (2003) : *Some examples of relationship between the use of images and metaphors and the production of memory in the teaching and learning of mathematics*, actes de la III^e Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 3), Bellaria, Italie, février-mars 2003, CD-ROM
3. Matheron Y (2004). : *Techniques et fonctions de la mémoire didactique : approches d'une modélisation et de quelques propositions*, communication au XXXI^e colloque de la COPIRELEM à Foix, mai 2004, CD-ROM

4. Matheron Y. (2004) : *Le rôle des niveaux de détermination didactique lors des processus de dévolution dans l'enseignement des mathématiques : étude de situations d'enseignement de l'algèbre au Collège*, in Symposium C. Margolinas *Travail du professeur et dévolution dans les classes ordinaires*, V^e congrès international d'actualité de la recherche en éducation et en formation CNAM & AECSE, Paris, septembre 2004, CD-ROM
5. Dollo C., Amade-Escot C, Matheron Y. (2005) : *Générique/spécifique en sciences économiques et sociales : l'exemple d'un thème de la sociologie (la famille) en classe de seconde*, Colloque « former des enseignants - professionnels, savoirs et compétences », Nantes, février 2005, CD-ROM
6. Matheron Y. (2005) : *Un abord de la question du générique et du spécifique d'un point de vue anthropologique en didactique*, communication au I^{er} congrès international sur l'épistémologie de la didactique, Bordeaux, 25 – 27 mai 2005, CD-ROM
7. Matheron Y., Noirfalise A. (2005) : *Utilisation de la théorie anthropologique du didactique en formation PE1 et PE2*, atelier 6 du XXXII^e colloque de la COPIRELEM à Strasbourg en mai - juin 2005, CD-ROM
8. Brossais E., Panissal N., Matheron Y., Ludwig-Legardez A. Legardez A., & Terrisse, A. (2006) : *Evolution de l'enseignement d'information et communication au lycée technologique français. Etude des manuels scolaires de Sciences et Technologies de la Gestion*. Actes du colloque : Le manuel scolaire d'ici et d'ailleurs, d'hier à demain, Université du Québec à Montréal, 11-15 avril 2006
9. Matheron Y. (2006) : *Praxéologies professionnelles enseignantes en mathématiques : qu'en savons-nous et comment les prendre en compte pour modifier le rapport aux mathématiques et à leur enseignement en formations initiale et continue*, communication pour le III^e colloque de l'Espace Mathématique Francophone, Sherbrooke, Canada, mai 2006, CD-ROM.
10. Matheron Y., Millon-Fauré, K. (2008) : *Outiller les pratiques d'enseignement des mathématiques : le projet AMPERES*, Colloque International « Les didactiques et leurs rapports à l'enseignement et à la formation. Quel statut épistémologique de leurs modèles et de leurs résultats », Bordeaux, 18, 19, 20 septembre 2008, à paraître

11. Matheron Y., Millon-Fauré, K. (2008) : *Du travail mémoriel en classes d'accueil, en mathématiques*, Colloque International « Efficacité & équité en éducation », Rennes, 19, 20 et 21 novembre 2008, à paraître
12. Matheron Y., Panissal N. (2009) : *Quelques formes didactiques génériques et leur spécification dans l'enseignement des mathématiques et d'éléments de psychologie cognitive*, I^{er} Colloque International de l'ARCD, « Où va la didactique comparée ? Didactique disciplinaire et approches comparatistes des pratiques d'enseignement et d'apprentissage », Université de Genève, 15 et 16 janvier 2009, à paraître.
13. Matheron Y., René de Cotret S. (2009) : *Projet spécial numéro 1 : « La désaffection envers l'étude des mathématiques : entre problématiques curriculaires et didactiques »*, à paraître dans les actes du IV^e Colloque de l'Espace Mathématique Francophone « Enseignement des mathématiques et développement : enjeu de société et de formation », Dakar, 5 avril – 10 avril 2009.

VII. Informations scientifiques & techniques, vulgarisation, communications

1. Félix C., Matheron Y. (2001) : *La grande incertitude des élèves dans l'enseignement par activités*, communication au Colloque « Défendre et transformer l'École pour tous » à Paris le 17 novembre 2001, Actes du colloque, CD-ROM
2. Matheron Y. (2001) : Proposition d'un modèle pour l'étude didactique de la mémoire, communication au séminaire national de didactique des mathématiques 2001. In Assude T. & Grugeon B. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2001* (pp. 227 – 258) Paris : IREM Paris VII.
2. Chevallard Y., Matheron Y. (2002) : *Travaux Personnels Encadrés : un cadre d'analyse didactique pour un changement majeur dans l'enseignement au Lycée*, Actes des Journées de la commission didactique inter-IREM des 24 et 25 mai 2002, édités par l'IREM de Dijon.
3. Matheron Y., Noirfalise R., Mercier A., Grenier D. (2006) : *Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire par la mise en place de séquences d'enseignement autour d'Activités et de Parcours d'étude et de recherche*, Contribution à la VIII^e biennale de l'éducation et de la formation organisée par INRP – APRIEF, Lyon les 11, 12, 13 & 14 avril 2006

4. Brossais E., Legardez A., Panissal N., Ludwig-Legardez A., Matheron Y. (2006): *Etude transpositive des savoirs empruntés à la psychologie sociale. L'enseignement d'information et communication dans les manuels scolaires de sciences et technologies de la gestion*, Contribution à la VIII^e biennale de l'éducation et de la formation organisée par INRP – APRIEF, Lyon les 11, 12, 13 & 14 avril 2006
5. Panissal N., Legardez A., Brossais E., Ludwig-Legardez A. & Matheron Y. (2006). *L'évolution de l'enseignement d'information et communication dans les manuels scolaires en STG*. Texte présenté aux Cinquièmes Journées Nationales d'Economie-Gestion, Toulouse.
6. Matheron Y. : *Quelques réflexions pour initier un débat sur « la pédagogie des compétences »*, Réponse à la proposition d'un débat sur les compétences lancé par le site Educmath de l'INRP, novembre 2006, <http://educmath.inrp.fr/Educmath/en-debat/competences/>
7. Matheron Y., Noirfalise R. (2007) : *Enseigner au professeur de mathématiques un savoir professionnel outillé d'éléments venus de la théorie didactique*, Colloque CDIUFM « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants ? Enjeux et pratiques », 2, 3 & 4 mai 2007, Arras, IUFM Nord – Pas de Calais
8. Matheron Y. (2008). *Le projet AMPERES*. In Cahiers Pédagogiques n° 466, 55-57
9. Matheron Y., Noirfalise R. (2009) : *Etudes d'ingénieries fondées sur une dynamique de questionnement*, TD associés au cours de Maggy Schneider, XV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, Clermont-Ferrand, 16 – 23 août 2009, à paraître.

VIII. Rapport de recherche

1. Matheron Y. (2003) : Rapport sur *Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution* pour la recherche INRP n° 300032 : *Travail du professeur. Description des gestes de dévolution et analyse de leurs conditions d'existence dans l'enseignement ordinaire de plusieurs disciplines scolaires*

IX. Conférence invité

1. Matheron Y. (2008) : Quelques questions didactiques soulevées à partir d'injonctions institutionnelles portant sur l'enseignement interdisciplinaire. *Actes du Colloque du*

Groupe des Didacticiens des Mathématiques à Sherbrooke, Québec, Canada, le 23 mai 2008.

2. Matheron Y. & Noirfalise R. (2010) CDAMPERES Une recherche INRP/ADIREM. *IIIrd International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic*. Sant Hilari Sacalm, Catalunya, Spain, January 25 to 29, 2010.
3. Matheron Y. (2010) « Démarche d'investigation » et Parcours d'Etude et de Recherche en mathématiques : entre injonctions institutionnelles et étude raisonnée des conditions et contraintes de viabilité au sein du système. *XVII^e colloque de la CORFEM (Commission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques) Caen, 17 & 18 juin 2010.*